

**Roteiro de atividades para o estudo de logaritmos por meio do objeto de aprendizagem
LogCALC!**

Activities screenplay for studying logarithms from the learning object LogCALC!

**Roteiro de actividades para el estudio de logaritmos por medio del objeto de
aprendizaje LogCALC!**

Recebido: 27/03/2019 | Revisado: 12/04/2019 | Aceito: 09/05/2019 | Publicado: 15/05/2019

Verusca Batista Alves

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9884-679X>

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Brasil

E-mail: veruscah.alves@gmail.com

Georgyana Gomes Cidrão

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4401-5904>

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Brasil

E-mail: georgyanacidrao28@gmail.com

Suziê Maria de Albuquerque

ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-2531-0385>

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Brasil

E-mail: suziealbuquerque@hotmail.com

Francisco Wagner Soares Oliveira

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9296-8200>

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Brasil

E-mail: franciscowagner2007@gmail.com

Ana Carolina Costa Pereira

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3819-2381>

Universidade Estadual do Ceará, Brasil

E-mail: carolina.pereira@uece.br

Resumo

A associação de recursos digitais as aulas de matemática já é um tema bastante discutido no Brasil. Dentre as possibilidades desses recursos, está o ambiente virtual de aprendizagem, que agrega diversos objetos de aprendizagem que podem auxiliar nos processos de ensino e de aprendizagem. Nesse trabalho, objetiva-se apresentar, a partir do objeto de aprendizagem

LogCALC! um roteiro de uma atividade para o estudo de Logaritmos. Para isso, utilizou-se a Engenharia Didática como metodologia, especificamente duas das quatro fases, a saber a análise *a priori* e a análise *a posteriori*. A partir da produção de uma sequência de ensino, propôs-se como utilizar o objeto de aprendizagem LogCALC! que está atrelado aos estudos Logaritmos. Como características do OA contribuem para esse entendimento de conteúdos de Logaritmos, destaca-se a interface entre o computador e os alunos, através da propostas de situações problemas desafiadores envolvendo temas reais como terremotos e chuva ácida. Espera-se ampliar as possibilidades de trabalho dos professores e de estudo dos alunos de diferentes escolas, pois compreende-se que o LogCALC! pode ser utilizado como suporte para aprendizagem dos usuários, favorecendo dentre outros na contextualização e significação desse conteúdo.

Palavras-chave: Objeto de Aprendizagem; Logaritmos; Engenharia Didática; Atividade de Aprendizagem.

Abstract

The association of digital resources in mathematics classes is already a subject much discussed in Brazil. Among the possibilities of these resources is the virtual learning environment, which adds several learning objects that can aid in the teaching and learning processes. In this work, we aim to present, from the learning object LogCALC! a script of an activity for the study of Logarithms. For this, Didactic Engineering was used as methodology, specifically two of the four phases, namely a priori analysis and a posteriori analysis. From the production of a teaching sequence, it was proposed how to use the learning object LogCALC! which is linked to the studies Logarithms. As characteristics of the OA contribute to this understanding of Logarithms contents, the interface between the computer and the students is highlighted, through the proposition of challenging situations involving real issues such as earthquakes and acid rain. It is hoped to expand the possibilities of teachers' work and study of students from different schools, because it is understood that LogCALC! can be used to support users' learning, favoring, among others, the contextualization and significance of this content.

Keywords: Learning Object; Logarithms; Didactic Engineering; Learning Activity

Resumen

La asociación de recursos digitales las clases de matemáticas ya es un tema bastante discutido en Brasil. Entre las posibilidades de esos recursos, está el ambiente virtual de aprendizaje, que agrega diversos objetos de aprendizaje que pueden auxiliar en los procesos de enseñanza y

aprendizaje. En este trabajo, se pretende presentar, a partir del objeto de aprendizaje LogCALC! un guión de una actividad para el estudio de Logaritmos. Para ello, se utilizó la Ingeniería Didáctica como metodología, específicamente dos de las cuatro fases, a saber el análisis a priori y el análisis a posteriori. A partir de la producción de una secuencia de enseñanza, se propuso utilizar el objeto de aprendizaje de LogCALC! que está vinculado a los estudios Logaritmos. Como características del OA contribuyen a ese entendimiento de contenidos de Logaritmos, se destaca la interfaz entre el ordenador y los alumnos, a través de propuestas de situaciones problemáticas desafiantes envolviendo temas reales como terremotos y lluvia ácida. Se espera ampliar las posibilidades de trabajo de los profesores y de estudio de los alumnos de diferentes escuelas, pues se comprende que el LogCALC! puede ser utilizado como soporte para el aprendizaje de los usuarios, favoreciendo entre otros en la contextualización y significación de ese contenido.

Palabras clave: Objeto de Aprendizaje; Logaritmos; Ingeniería Didáctica; Actividad de Aprendizaje.

1. Introdução

A área da educação matemática, segundo Pais (2015) tem, dentre outros, como objetos de estudo, os processos de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos. Atinente a isso se visualiza a abordagem de conteúdos e metodologias que possam favorecer significação de conceitos que, por vezes, aparentam estar distante do cotidiano dos estudantes, contendo meras abstrações.

De modo relacionado, as tecnologias digitais cada vez mais ganham espaço na sociedade e, conseqüentemente, atingem meios específicos como a educação. No âmbito acadêmico, algumas pesquisas são delineadas com o intuito de promover essa relação entre o uso dessas tecnologias com o ensino e/ou aprendizagem. Com isso, a utilização de um objeto virtual de aprendizagem (OA virtual), pode se tornar um recurso interessante para o ensino de conceitos matemáticos.

Spinelli (2007, p. 07) considera que um OA virtual “[...] é um recurso digital reutilizável que auxilie na aprendizagem de algum conceito e, ao mesmo tempo, estimule o desenvolvimento de capacidades pessoais, como, por exemplo, imaginação e criatividade”. Nesse âmbito, softwares educativos representam uma das possibilidades que envolvem a articulação da prática pedagógica com a informática e quando se trata da educação matemática, existem vários ambientes virtuais que disponibilizam esses programas de acesso livre, que podem ser incluídos para o ensino. A partir dessa ideia, pode-se desenvolver um trabalho que

contemple os conteúdos matemáticos nos quais, segundo Spinelli (2007) sugere que contenham um percurso didático, atividades e uma metodologia para determinado trabalho.

É interessante observar que “os recursos didáticos nas aulas de matemática envolvem uma diversidade de elementos utilizados principalmente como suporte experimental na organização do processo de ensino e aprendizagem” (PASSOS, 2006, p. 78). Porém, é importante destacar que esses recursos não promovem modificações significativas por si só, e portanto, o uso deles por meio de um planejamento pedagógico se torna essencial, como qualquer material que o professor queira utilizar em sala de aula.

Sob essa perspectiva, foi elaborado o projeto do LogCALC! como objeto de aprendizagem a ser utilizado para o estudo de Logaritmos, conteúdo esse que, segundo aproximações com o ensino, necessita de uma maior articulação com práticas voltadas a situações reais que, eventualmente podem fazer parte da realidade dos alunos. Nesse sentido, o referido OA emerge como possível recurso para favorecer essa aproximação entre o conteúdo escolar e a aplicabilidade em situações reais. Além disso, associado também a área da história da matemática, ele se constitui da articulação entre um instrumento histórico, denominado Régua de Cálculo Circular de William Oughtred (1574-1660) e o uso de tecnologias para o ensino.

O LogCALC! se encontra na forma de storyboard, o qual funciona como uma espécie de projeto para a elaboração efetiva desse OA. Em linhas gerais, o objeto que está sendo construído, expressa os resultados de cálculos entre Logaritmos, favorecendo assim uma visualização significativa das propriedades e valores encontrados.

Com vistas a possibilitar uma aproximação entre o conteúdo em questão com situações reais que possivelmente podem atingir a população, propõe-se inicialmente no LogCALC! a resolução de problemas que envolvem a chuva ácida e terremotos. Assim, compreende-se que a interface OA colaborou tanto para a visualização de campos de aplicação para os Logaritmos como também para a resolução de situações sobre eles de forma interessante e significativa.

Ademais, no presente artigo, desenvolve-se o estudo com vista a alcançar o seguinte objetivo: apresentar, a partir do objeto de aprendizagem LogCALC! um roteiro de uma atividade para o estudo de Logaritmos. Para tanto, como aporte metodológico para a pesquisa ancorou-se nos pressupostos da Engenharia Didática - ED, método esse disseminado em escolas na França e que tem ganhado espaço em investigação no Brasil (ALVES, 2018). A seguir, dentre outros destaca-se as bases teóricas desse trabalho e a atividade para o estudo de Logaritmos.

2. Metodologia

A noção de ED emergiu na Didática da Matemática (enfoque da didática francesa) no início dos anos 80. Que segundo Artigue (1988, p. 13) é uma forma de trabalho didático,

[...] comparável aquele de um engenheiro que, a fim de realizar um projeto em particular, usa o conhecimento científico, concorda em submeter o seu trabalho a algum tipo de controle científico, mas que ao mesmo tempo encontra-se obrigado a trabalhar com objetos os quais são muito mais complexos do que os objetos refinados da ciência e os quais ele, portanto, deve abordar de um modo prático e com todos os meios de que dispõem, problemas os quais a ciência não deseja ou não pode tratar.

Assim, uma definição resumida da ED, se dá como um processo que almeja conceber, realizar, observar e analisar as situações didáticas (ARTIGUE, 1996). Para tanto, tem-se a figura do professor comparável ao trabalho de um engenheiro, no qual terá que formular hipóteses e conjecturas para firmar o aprendizado de seus alunos, e, para que os mesmos se tornem autônomos e construam seus saberes.

A ED foi iniciada por Brousseau (1996a) com a sua Teoria das Situações Didáticas e posteriormente foi definida por Michèle Artigue. Segundo Brousseau (1996a, b) essa vertente deveria se adequar em atividades didáticas que almejam o ensino de determinado objeto matemático como os saberes matemáticos.

A ED se constitui como um processo empírico que tem como base as “realizações didáticas” em sala, culminado na observação e análise de sessões de ensino. Desse modo, observa-se que a metodologia se enquadra em uma pesquisa de cunho qualitativo, com vínculo aos problemas da aprendizagem de determinados conhecimentos matemáticos, onde tem-se um diagnóstico de concepções, dificuldades e obstáculos. Uma das características singulares da ED está na comparação entre a análise a priori e a análise à posteriori, não sendo necessário fazer uma aplicação de um pré-teste ou de um pós-teste.

Portanto, a ED é composta por quatro fases, Artigue (1996) define a ED uma metodologia pautada em uma sequência de ensino, a figura 1 esboça as quaternas fases.

Figura 1- As quatro fases da Engenharia Didática propostas por Artigue.



Fonte: Pommer (2013, p. 23)

A figura acima exhibe as fases da ED, onde estão linearmente agrupadas, porém, as fases podem ocorrer de forma não linear, como também pode-se atender somente algumas fases. Portanto, na elaboração da ED, tem-se momentos de articulação e antecipação, em parágrafos póstumos descreveremos de modo detalhado cada fase.

Temos na Análise Preliminar (ou análise prévia), fase um, algumas ponderações envolvendo o quadro teórico, como também está envolvido os conhecimentos mais específicos acerca do tema da pesquisa (MACHADO, 2002). Nessa primeira fase é feita a revisão bibliográfica envolvendo as condições e contextos que estão inseridos em vários níveis de produção didática, como também no ambiente que ocorre a pesquisa.

Ainda, verificamos que na análise preliminar deve possuir uma “[...] fina análise prévia das concepções dos alunos, das dificuldades e dos erros tenazes, e a engenharia é concebida para provocar, de forma controlada, a evolução das concepções” (ARTIGUE, 1996, p. 202). Logo, vale também para os aspectos histórico-epistemológico dos assuntos atrelados ao ensino, como estará inserido a concepção e obstáculos verificados pelos alunos no âmbito de ensino.

É importante perceber que as fases poderão ser retomadas, dependendo das necessidades emergentes. Assim, na fase preliminar poderá ser retomada, pois trata-se somente do primeiro nível de organização. Na verdade, deve ser um trabalho de acordo com as outras fases.

Ainda, na Análise preliminar permite o pesquisador identificar as variáveis didáticas, que se encontra na segunda fase da ED e a construção da sequência de ensino. Portanto, na

análise a priori destacaremos a relevância de escolha nas variáveis de comando.

Na fase dois, é tida como Concepção e Análise a priori das situações didáticas. Machado (2002) determina as variáveis de comando, conhecidas como microdidáticas (locais) e macrodidáticas (globais) que fazem parte do trinômio (professor/aluno/saber) e são induzidas pelo professor a abordar as variadas sessões da ED.

Assim, na fase análise a priori considera-se as duas variáveis de comando:

- variáveis *macrodidáticas ou globais*, que dizem respeito à organização global da engenharia;
- variáveis *microdidáticas ou locais*, que dizem respeito à organização local da engenharia, isto é, à organização de uma sessão ou de uma fase, podendo umas e outras ser, por sua vez, variáveis de ordem geral ou variáveis dependentes do conteúdo didático cujo ensino é visado (ARTIGUE, 1988, p. 202 *apud* POMMER, 2013, p. 24).

As variáveis de comando podem ser de ordem geral ou procede do conteúdo matemático. Logo, podem ser analisadas em três dimensões de acordo com ALMOULOU (2008, p .67): “dimensão epistemológica (associada às características do saber); dimensão cognitiva (associada às dimensões cognitivas dos alunos sujeitos da aprendizagem); dimensão didática (associada às características do sistema de ensino)”. A escolha das variáveis é importante para explicar o comportamento dos discentes, explicando o seu sentido. Como também prevendo os comportamentos dos alunos na aprendizagem.

Dando continuidade nas fases da ED, temos a fase três, correspondente a Experimentação, nessa fase é feito a “aplicação da situação didática e a coleta de dados relativos à pesquisa” (SANTOS; ALVES; VASCONCELOS, 2018, p. 214), é praticamente a aplicação da situação didática e o colhimento dos dados perante a pesquisa. Também recorrendo a fase passada (análise a priori), para complementar. Assim, Almouloud (2008, p. 67-68) destaca que nessa fase deve ser feito,

[...] observações realizadas sobre as sessões de ensino e as produções dos alunos em sala de aula ou fora dela. Esses dados são, às vezes, completados por dados obtidos pela utilização de metodologias externas: questionários, entrevistas individuais ou em pequenos grupos, realizadas em diversos momentos do ensino.

Além desses registros feitos durante a experimentação, o professor deve estabelecer o contrato didático com os alunos. Esse contrato estabelece um conjunto de normas e regras que são estabelecidas entre o professor e alunos, implicando na concordância na relação didática entre ambos, vezes pode ser explícito como pode ser implícito (SILVA, 2008, p. 50).

Na fase quarta e última, tendo como Análise a posteriori e Validação, Artigue (1996) afirma que precisa de um apoio sobre o conjunto de dados obtidos no decorrer da

experimentação, a partir das observações do pesquisador, essa coleta pode ser por meio do registro sonoro, produção escrita, registro fotográfico, dentre outros. E que segundo a autora nessa última fase tem características de tratamento de dados e confrontação com a fase dois (análise a priori) para que a partir da interpretação dos dados possa ter as devidas condições em que as questões levantadas sejam respondidas. Logo é possível ver onde as questões foram superadas, e caracterizando o local para ter uma validação interna do objetivo da pesquisa.

Na última fase a parte da validação é importante enfatizar que existem duas validações, um interna e outra externa. Na validação externa, é realizada com uma comparação inicial e final dos alunos com o intuito de avaliar o desempenho dos alunos na realização didática. Ficando a critério de utilizar meios como questionários ou entrevistas (LABORDE, 1997). Alves (2018) acrescenta que a validação externa se efetiva por meio da comparação de produções externas, associadas a outros alunos que não tiveram vínculo com a pesquisa.

Já na validação interna tem-se uma descrição parcial dos alunos, analisando seus comportamentos, adaptações e progressos cognitivos durante a realização didática (LABORDE, 1997). Assim, essa pesquisa está atrelada a somente as duas fases da Engenharia Didática por se tratar de uma proposta de aula.

3. Escolha e Justificativa do tópico

Para compor o desenvolvimento do LogCALC!, optou-se por integrar elementos da história da matemática, educação matemática, matemática e as tecnologias digitais. Então, primeiramente, buscou-se selecionar dentre os conteúdos da matemática que são abordados no ensino, algum com a característica de abstração latente.

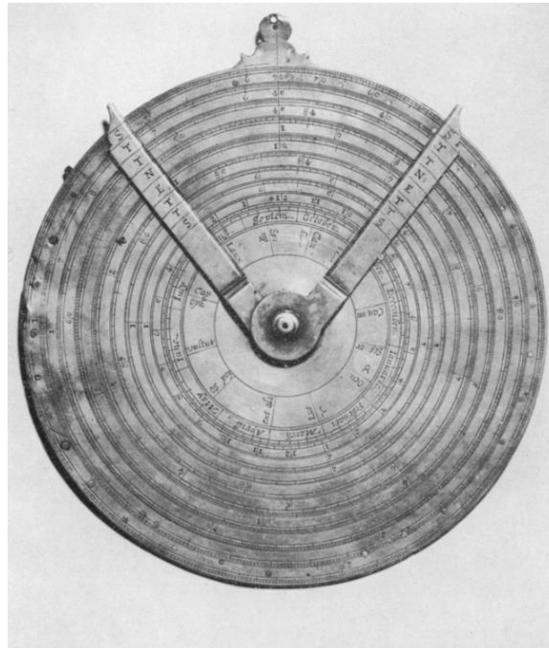
A partir de uma pesquisa inicial, foi escolhido o conteúdo dos Logaritmos, especificamente o estudo de suas propriedades, tendo em vista que “[...] muitos estudantes concluem o Ensino Médio sem perceber tal relevância, manipulando Logaritmos de forma mecanizada” (VELOSO, 2014, p. 48), não visualizam as conexões e aplicabilidades destes conhecimentos na resolução de problemas reais.

Este mesmo assunto, na área da história da matemática, pode elencar fatores históricos que conduziram a sua estruturação, como a dificuldade de efetuar multiplicações, extrair as raízes quadradas de números com muitas casas decimais, dentre outros. Veloso (2014, p. 14) informa que “naquela época, não dispunham dos dispositivos de calcular de que dispomos hoje, de modo que tais cálculos lhes custavam horas de trabalho e muita atenção, pois um pequeno descuido com os dígitos poderia comprometer resultados importantes”.

Assim, começaram a surgir demandas por métodos e instrumentos que facilitassem as operações, principalmente na expansão marítima, em meados do século XVII, diante da complexidade dos procedimentos mencionados. Foram pensados em mecanismos alternativos, entre os quais, alguns associavam o conteúdo dos Logaritmos. A partir desse desenvolvimento foram elaboradas tabelas logarítmicas para consultas que poderiam garantir a precisão e a agilidade na obtenção dos resultados.

Nesse contexto, William Oughtred (1574-1660) criou a Régua de Cálculo Circular (figura 02), uma espécie de tabela logarítmica construída sobre um círculo, na qual seu manuseio permite identificar não apenas o valor de Logaritmos simples, mas de realizar operações através do movimento de dois ponteiros que compõem sua estrutura.

Figura 02 - Régua de Cálculo Circular



Fonte: Bryden (1976, p. 56b).

A Régua de Cálculo foi um objeto muito utilizado até a década de 1970 e era comum que engenheiros e cientistas realizassem seus cálculos nela. Um dos conteúdos que ela mobiliza são os Logaritmos, que possuem dentre muitas aplicações, cálculos sobre a escala de Richter, a escala dos terremotos.

Dessa forma, para resolver um problema de ordem prática envolvendo Logaritmos, tanto no passado quanto no presente, é exigida a posse de valores que podem ser perfeitamente calculados por instrumentos físicos ou digitais. Com isso, surgiu-se a ideia da elaboração de uma proposta com a criação de um Objeto de Aprendizagem (OA), o LogCALC! com o estudo

sobre as propriedades dos Logaritmos que em sua constituição traga a Régua de Cálculo Circular para a resolução de problemas cotidianos que envolvem o conteúdo selecionado.

As aplicações do estudo dos Logaritmos podem ser identificadas ainda “em áreas do conhecimento como matemática financeira, crescimento de populações, intensidade sonora, pH de substâncias e outras” (BRASIL, 2002, p. 121). Entretanto, esse mesmo documento legal do Ministério da Educação do Brasil aponta que a resolução de questões envolvendo essas temáticas podem ser reduzidas, ou ainda, suprimidas do currículo escolar, evidenciando o caráter facultativo ao ensino.

Esse fator pode ser um dos responsáveis pela superficialidade atribuída a este conteúdo a nível escolar, considerando a relevância de aplicação em questões das áreas de matemática, física, química, biologia, geografia, dentre outras. Nesse caso tem-se perdido a oportunidade de explorar temáticas significativas para os estudantes da sociedade em geral.

Dentre os trabalhos sobre o ensino de Logaritmos envolvendo a resolução de problemas é dado destaque à produção de Veloso (2014) que explora a história na formação desse conceito matemático, bem como a aplicação prática em situações do cotidiano e também a pesquisa de Lütchemeyer e Schefer (2011) em que a construção de Objetos de Aprendizagem para mediar o ensino se fundamenta em pesquisadores da área da educação matemática e da informática educativa.

Outros estudiosos adentraram nesse âmbito, no entanto o que é proposto com o LogCALC! é unir a história com a contextualização de problemas cotidianos, onde essa relação é medida pelo manuseio de um instrumento histórico e que faz parte de um conjunto instrucional que é o OA.

A partir disso, para o desenvolvimento do OA, definiu-se o objetivo geral de calcular algumas potencialidades sobre o conteúdo dos Logaritmos usando um OA, como objetivos específicos: calcular propriedades dos Logaritmos; promover o manuseio do OA por parte dos alunos perante o Storyboard permitirá que os mesmos visualizem como poderão calcular os Logaritmos; seguir uma sequência didática aplicada ao ensino dos Logaritmos; perceber como o objeto foi construído em épocas atrás e comparar como se calcula atualmente os valores dos Logaritmos embasado no objeto do passado.

Com foco nos objetivos estabelecidos, mediante as orientações curriculares destinadas para a atuação junto aos alunos do Ensino Básico, na área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, os estudantes devem possuir algumas competências. Propôs-se então a produzir um OA em que os alunos possam identificar de forma mais concreta as operações relacionadas às propriedades dos Logaritmos, em específico, o Logaritmo do Produto e

Logaritmo do Quociente. Em linhas gerais esse recurso pedagógico buscou-se, a partir de situações problemas elaborados com base em problemas do contexto social, trabalhar elementos do ensino da matemática por meio das referidas propriedades logarítmicas.

A necessidade de produção desse OA se fundamenta ainda em documentos oficiais como por exemplo na Base Nacional Comum Curricular apresentada recentemente no ano de 2017, em que dentre as habilidades estipuladas para se desenvolver com alunos no Ensino Médio, consta o trabalho com as funções logarítmicas.

Na BNCC se pode observar ainda que é valorizado, para o trabalho com alunos do Ensino Médio, a contextualização e utilização de situações concretas do cotidiano para o estudo de temas da matemática (Brasil, 2017). É nesse sentido de articulação de situações concretas do cotidiano com o conhecimento escolar matemático, que se propôs a produção do objeto de aprendizagem denominado como LogCALC!

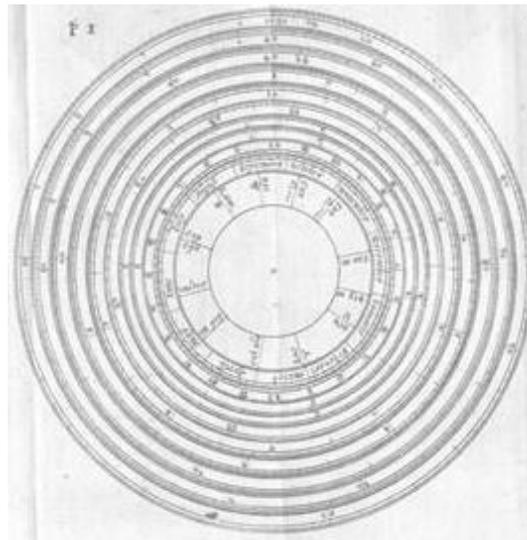
A seguir, é apresentada a análise *a priori* identificando os conceitos matemáticos envolvidos na manipulação do instrumento, que foram incorporados também ao OA. Também, a caracterização de um Laboratório Virtual, ambiente destinado ao estudo desse OA.

4. Análise *a priori*

No âmbito da educação matemática, a interface com um Laboratório Virtual pode possibilitar diferentes compreensões quando se trata de entendimento de conteúdos matemáticos. O Laboratório Virtual pode ser caracterizado como um ambiente de desenvolvimento interativo para elaborar e conduzir experimentos simulados (ALBU; HOLBERT, 2004).

Nesse sentido, tendo à disposição a possibilidade de elaborar um ambiente virtual, a partir da Régua de Cálculo Circular, certamente busca-se a total flexibilidade aos elementos da Régua (como por exemplo seus círculos e indicadores) como forma de melhor ilustrar e representar os cálculos por ela efetuados. A Régua Circular (figura 03), é apresentada por Alves e Pereira (2018) como sendo um instrumento histórico, datado de 1632. As autoras ainda explicam que o instrumento contém diversos círculos com graduações distintas. Dentre elas, há uma graduação correspondente aos Logaritmos, que é o foco da Régua contida no OA.

Figura 03 - Régua de Cálculo Circular, 1632



Fonte: Oughtred (1632, s/p)

A partir disso, elaborou-se uma Régua de Cálculo Circular, contendo somente as graduações necessárias a esse OA, ou seja, as marcações logarítmicas, para o trabalho e manipulação em um ambiente virtual, resultando no que mostra a figura 04. O protótipo de sua construção se deu mediante a utilização do *software* Geogebra e apresenta dois círculos, um que mostra o Logaritmo e o outro que aponta o Logaritmando. Assim, de acordo com a definição de Logaritmos, segundo Iezzi, Dolce e Murakami (1977) dado dois números a e b reais e positivos, e $0 < a \neq 1$; $b > 0$, então vale:

$$\log_a b = x \leftrightarrow a^x = b$$

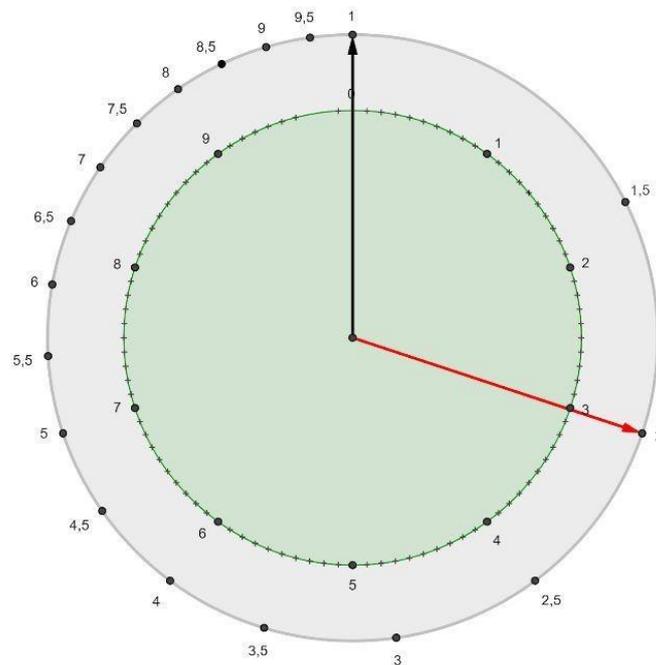
onde, a é a base, b é o logaritmando e x é o logaritmo.

Levando em consideração que $a = 10$, então ao posicionar um dos ponteiros no círculo mais externo (logaritmando), ele passa pelo ponto que no segundo círculo, corresponde ao logaritmo desse valor. Na figura 04, há dois exemplos, o $\log 2 = 0,3$ e $\log 1 = 0$. No entanto, nota-se que em relação ao $\log 2$, o valor aponta em 3 e não é 0,3. Isso ocorre devido a necessidade de cálculos de valores acima de $\log 9,9$. Ou seja, quando quer-se saber o $\log 2$ ou $\log 20$ ou $\log 200$ os resultados são, respectivamente, 0,3, 1,3 e 2,3. Isso ocorre por meio da leitura da característica e da mantissa, e sabendo disso, é possível efetuar a correta leitura na Régua.

Não é objetivo do texto entrar nessas definições de característica e mantissa, no entanto, de modo resumido, o Logaritmo de um número é constituído de duas partes: uma antes da vírgula e outra depois da vírgula. A primeira chama-se característica e a segunda

chama-se mantissa. Assim nos exemplos de $\log 2$ ou $\log 20$ ou $\log 200$ note que a mantissa sempre é 3, e a característica segue a quantidade de algarismos do número menos um.

Figura 04 – Régua de Cálculo Circular com graduações



Fonte: Elaborado pelos autores (2019)

Em um Laboratório Virtual para trabalho e manipulação com a Régua, possivelmente estaria à disposição várias instruções para os alunos aprenderem manipulá-la e dessa forma, poderem realizar cálculos com ela. Além dessas instruções, de forma a tornar o ambiente ainda mais interativo, pode-se pensar ainda em proporcionar essa interatividade em tempo real entre alunos que porventura venham a estar manipulando essa Régua em um mesmo momento.

Essa interatividade entre alunos durante a exploração dos elementos da Régua e realização de cálculos, é importante para o ambiente virtual cumprir seu papel didático escolar, que é de alguma forma proporcionar aprendizado aos usuários.

Essa importância, deriva da necessidade de manter a característica de Laboratórios Virtuais, em que “[...] apresentam-se, não apenas como uma tendência nos dias atuais, mas também, como um forte elemento cooperador para educação, aprendizado, pesquisa e desenvolvimento científico” (LIMA *et al*, 2006). Nessa perspectiva, da possibilidade de criar um Laboratório Virtual, seria disponibilizado aos alunos total flexibilidade aos elementos da Régua, dando destaque a uma interatividade entre eles e aos possíveis usuários do OA. Isso para favorecer a manipulação e interpretação dos problemas, corroborando dessa forma para que o objeto ajude no aprendizado dos alunos.

No LogCALC! há duas opções de atividades que o aluno poderá escolher no decorrer do uso do OA. Ambas tratam do conteúdo de Logaritmos, sendo especificamente tratados das propriedades do *Logaritmo do produto* e *Logaritmo do quociente*, que em símbolos:

1º) o Logaritmo do produto ‘Em qualquer base a ($0 < a \neq 1$), o logaritmo do produto de dois fatores reais positivos é igual à soma dos logaritmos dos fatores.’ Em símbolos
$$\text{Se } 0 < a \neq 1, b > 0 \text{ e } c > 0, \text{ então } \log b \cdot c = \log b + \log c$$

2º) o Logaritmo do quociente ‘Em qualquer base a ($0 < a \neq 1$), o logaritmo do quociente de dois fatores reais positivos é igual à diferença entre o logaritmo do dividendo e o logaritmo do divisor.’ Em símbolos
$$\text{Se } 0 < a \neq 1, b > 0 \text{ e } c > 0, \text{ então } \log \left(\frac{b}{c}\right) = \log b - \log c$$

(IEZZI, DOLCE, MURAKAMI, 1977, p. 63-65).

Além de promover o ensino algébrico do conceito, as atividades do LogCALC! foram desenvolvidas com o intuito de associar a Matemática com questões cotidianas e contextuais, visando promover uma significância ao conteúdo estudado. Assim, o OA sugere assuntos que utilizam a aplicação do conteúdo de Logaritmos na vida extraescolar. Levando em consideração a proposta do OA, a seguir apresenta-se uma sugestão de atividade direcionada a utilizando do LogCALC!, que associa as propriedades dos Logaritmos.

5. Uma proposta de atividade com o OA

Levando em consideração que o LogCALC! associa as propriedades matemáticas do conteúdo de Logaritmos, partiu-se para o desenvolvimento de um roteiro de atividade, no qual o aluno é imerso tanto em conceitos previamente necessários para a compreensão das propriedades dos Logaritmos, quanto as próprias propriedades.

Além disso, entende-se que conceitos computacionais relativos ao manuseio das ferramentas necessárias a utilização do OA, caracterizam-se nessa atividade e fazem parte da construção do conhecimento, tais como, o reconhecimento de um objeto de aprendizagem interativo, assim como as ferramentas necessárias à sua manipulação.

Para um bom desempenho da atividade proposta, é necessário que o aluno esteja familiarizado com o uso do computador, que embora seja uma ferramenta educacional difundida na atualidade, sabe-se que ainda é um item que pode não ser acessível a todos.

Em âmbitos gerais, a manipulação do LogCALC! exige que o aluno utilize o mouse como comando principal. É a partir dele, que as telas do OA são modificadas e o desenvolvimento da história progride. Há também a utilização do teclado numérico para a inserção dos valores referentes as atividades propostas que, no decorrer da interação entre o aluno e o OA, são pedidos.

A interface do LogCALC! também apresenta itens de ajuda, no que se refere aos controles do OA. Com a representação de um “?”, o aluno, através do mouse, pode usar essa ferramenta quando/se surgir dúvidas quanto a manipulação do objeto de aprendizagem.

Anteriormente ao início das atividades, o OA apresenta a Régua de Cálculo Circular, explicando suas características e como deve ser utilizada. No entanto, essa apresentação não contém as propriedades dos Logaritmos a serem discutidas pelo professor mediador. A razão pelo qual isso se dá, é para que seja possível a construção, junto aos alunos, de como essas propriedades dos Logaritmos ocorrem, mediante o manuseio da Régua de Cálculo Circular, presente na interface do OA. Assim, ao utilizar o LogCALC!, o aluno pode compreender como as propriedades dos Logaritmos se decorrem e isso pode favorecer para um entendimento mais claro da matemática abstrata. Além disso, unindo a construção do conceito matemático a atividade que contém temas práticos, o OA pode responder aos “porquês” dos alunos como cita Lorenzato (2006).

Para introduzir as atividades, o OA apresenta uma história de um personagem chamado Pedro, que se depara com um problema prático, que precisa ser resolvido, caso contrário há consequências em seu mundo¹. Com isso, Pedro se depara com duas situações: um terremoto e uma chuva ácida. Nesse momento, o aluno pode escolher qual situação ele deseja explorar. Para ilustrar uma possível atividade desenvolvida com o OA, é apresentado abaixo uma atividade relativa a primeira situação, terremoto. Não será apresentada a atividade relativa à chuva ácida, pois entende-se que as ações do professor mediador, após conhecer o OA, não devem ater-se somente a sequências de atividades pré-elaboradas, mas sim, utilizar o OA para a construção de sequências didáticas que busquem atingir seus objetivos que possível diferem a cada turma e a cada conteúdo.

Atividade 01 - Terremoto

Ao iniciar na proposta do terremoto, é apresentado ao aluno informações relacionadas a escala de Richter, contextualizando a problemática que precisa ser resolvida. Em seguida, o personagem Pedro revela o que precisa ser feito para que o problema seja solucionado. Dessa forma, para a atividade 01, o aluno precisa ter conhecimentos prévios de matemática básica, leitura e interpretação do problema e dos dados fornecidos e noções iniciais de Logaritmos. A seguir, tem-se um roteiro de sugestão para o momento da interação entre o aluno e o OA, na atividade 01.

¹ Aqui quer se referenciar ao mundo de Pedro, dentro da história do OA.

Roteiro	
Tema:	Logaritmos
Título:	Haverá um terremoto?
Modalidade de ensino:	Ensino Médio
Duração:	120 minutos

Objetivos do roteiro da sequência didática:

- Conhecer a escala de Richter;
- Compreender o conceito das propriedades dos Logaritmos;
- Aplicar as propriedades em situações problemas;
- Relacionar o conteúdo matemático com outras disciplinas, como a Geografia.

Providências para a realização das atividades: Reservar o laboratório de informática para a realização do manuseio do OA.

Pré-requisitos:

- Conhecimentos prévios de matemática básica;
- Leitura e interpretação de problemas;
- Leitura e interpretação de dados;
- Noções de matemática básica e conceitos iniciais de Logaritmos.

Descrição dos procedimentos: A resolução dessa atividade consiste no aluno encontrar os valores referentes a magnitude de um terremoto, para saber se haverá um ou não. Para isso, o próprio OA fornece ferramentas de consulta, tais como o acesso a informações sobre o problema, que mostra uma tabela com a magnitude (M) dos terremotos e sobre a escala de Richter (figura 05).

Figura 05 - Telas do OA da atividade 01

Escala de Richter
É a escala logarítmica, de base 10, utilizada para saber a magnitude de um sismo de terremoto:

$$M = \log A - \log A_0$$

onde M é a magnitude, A é a amplitude máxima, A_0 é uma amplitude de referência.
Estamos enviando as últimas leituras registradas e precisamos que você nos diga se o próximo terremoto será devastador!!!!

Magnitude	Descrição
< 2.0	Geralmente não se sente, mas pode ser detectado
2.0 a 2.9	Potencialmente perceptível
3.0 a 3.9	Raramente sentido
4.0 a 4.9	Pode ser fortemente sentido
5.0 a 5.9	Pode causar danos
6.0 a 6.9	Destrutivo em regiões populosas
7.0 a 7.9	Terremotos fortes, infringem sérios danos
> 8	Grandes, destroem locais perto do epicentro

Fonte: Elaborado pelos autores (2019)

Ação 01: de 15 à 20 minutos

Sugere-se ao professor, antes de iniciar sua aula, definir se a atividade será individual ou em grupos, e caso seja em grupos, quantos alunos estarão em cada grupo. Isso se faz necessário pois a atividade tanto pode ser desenvolvida de forma individual, quanto em grupos.

Em relação a ser de forma grupal, é importante que o professor defina uma quantidade, pois é interessante que cada aluno no grupo contenha uma função e possa interagir com o seu grupo, em discussões para o desenvolvimento da atividade. Um exemplo de um grupo com 3 integrantes é que um receberá a função de manusear o OA, o segundo fará anotações, estará responsável por gerar um breve relatório sobre as impressões, questionamentos e observações que o grupo tiver. E, por fim, o terceiro aluno, será aquele que irá explanar para os outros grupos como eles realizaram os cálculos para obter os dados, tanto pela manipulação do OA,

quanto algebricamente. De acordo com a quantidade de alunos, sendo maior ou menor que 3, essas funções devem ser reformuladas.

No entanto, sabe-se que essa definição deve partir do professor mediador que acompanhará a turma, pois de acordo com a quantidade de alunos e de computadores disponíveis, ele deve definir uma quantidade para cada grupo.

Em relação atividade ser desenvolvida de forma individual, é sugerido ao professor mediador que faça a todo momento possível a discussão com os alunos no laboratório de modo que, embora estejam individualmente em cada computador, discutam com os colegas os progressos durante a atividade. A partir dessa definição, propõe-se ao professor mediador que inicie sua aula explicando aos alunos a respeito do OA, fornecendo informações a respeito de como a aula seguirá.

Ação 02: 15 à 20 minutos

Antes de aplicar este OA com o intuito de significar as propriedades dos Logaritmos, é necessário que os alunos já saibam o conteúdo. No entanto, é possível que ele também seja utilizado como introdutor do assunto, sendo preciso uma adaptação desta atividade.

Levando em consideração os conhecimentos prévios dos alunos, recomenda-se que a aula seja iniciada com uma contextualização sobre os procedimentos que deverão ser adotados no decorrer da atividade. Assim o professor explicará previamente aos alunos que eles utilizarão um objeto de aprendizagem que trata sobre o conteúdo das propriedades dos Logaritmos.

Propõe-se ao professor que questione aos alunos sobre as propriedades, como forma de relembrar o conteúdo inicial da temática de Logaritmos, que se supõe ter sido explanado anteriormente. A partir das respostas, o professor poderá iniciar uma discussão sobre o tema, adentrando-se a questões cotidianas como, *onde pode-se encontrar a utilização prática os Logaritmos em nosso dia a dia?* Espera-se que isso instigue os alunos a tentar buscar por respostas, e a proporcionar a eles a matemática prática e cotidiana, trazendo uma justificativa de alguns porquês que ocorrem na sala de aula.

Ação 03: Etapa 1 - 30 minutos/ Etapa 2 - 30 minutos

Após essa ação, é proposto ao professor não interferir na aula por 30 minutos, para que os alunos através da manipulação e do descobrimento próprio, façam suas anotações e questionamentos e manipulem o OA. Após 30 minutos, sugere-se ao professor mediador iniciar um acompanhamento em cada equipe e auxiliar de acordo com o desenvolvimento das

mesmas, sem dar-lhes as respostas, mas sim, levando-os a descobrir o que a atividade do OA requer, no caso, o valor da magnitude de um terremoto. Esta segunda etapa da ação 03, recomenda-se durar também 30 minutos.

Ação 04: 20 - 30 minutos

Após 60 minutos totais de manipulação, um aluno de cada equipe é convidado a apresentar como foram feitas as descobertas e as realizações dos cálculos de seu grupo. É sugerido ao professor que caso algum aluno, de modo equivocado apresente algo que não condiz com o conteúdo, ou seja, que expresse algo errado, o mesmo não o corrija de início, pois é preciso destacar, que o importante na atividade é a construção do conceito, o processo utilizado e as conclusões que os alunos tiveram e não o erro ou acerto de respostas.

Ao fim de todas as apresentações, recomenda-se a formalização matemática do conteúdo. Nesta etapa, o professor digere-se até o quadro e explica, o conteúdo apresentado e como os cálculos são expressos matematicamente. Ao final desta atividade, o aluno terá relacionado uma das propriedades dos Logaritmos - o Logaritmo do quociente. Assim como também terá manipulado uma equação com características logarítmicas, que tornam o problema mais complexo. O aluno também aprenderá sobre a escala de Richter que utiliza os Logaritmos para o cálculo referente aos sismos dos terremotos.

6. Considerações Finais

Buscando uma aproximação entre o instrumento histórico Régua de Cálculo Circular, o uso de objetos de aprendizagem, o conteúdo de Logaritmos e a elaboração de sequências de atividades, teve-se como objetivo apresentar, a partir do objeto de aprendizagem LogCALC! um roteiro de uma atividade para o estudo de Logaritmos.

Espera-se que de forma implícita a partir do que foi apresentado neste texto, ampliar as possibilidades de trabalho dos professores e de estudo dos alunos de diferentes escolas, pois compreende-se que o LogCALC! pode ser utilizado como suporte para aprendizagem dos usuários, favorecendo dentre outros na contextualização e significação desse conteúdo.

Como características do OA que contribui para esse entendimento, destaca-se a interface entre o computador e os alunos, através da propostas de situações problemas desafiadores envolvendo temas reais como terremotos e chuva ácida.

Em estudos posteriores, espera-se estar discutindo a aplicação da sequência de atividade aqui proposta, e ainda indicando tantas outras que venham a agregar mais possibilidades de contextualização para o conteúdo de Logaritmos.

Referências

- Albu M. M.; Holbert, Keith E. (2004). Embedding Remote Experimentation in Power Engineering Education. *IEEE Transactions On Power Systems*, 1(19).
- Almouloud, S. Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19 / ANPed. REVEMAT. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*. v. 3, p.62-77, 2008.
- Alves, Verusca Batista; Pereira, Ana Carolina Costa. (2018). O instrumento “círculos de proporção” exposto na obra de William Oughtred (1633): um elemento na interface entre história e ensino de matemática. *Revista de Produção Discente em Educação Matemática* 2(7) 89-108.
- Alves, F.R.V. (2018). Engenharia Didática de Formação (EDF): sobre o ensino dos números Generalizados de Catalan (NGC). *Educ. Mat. Pesq., São Paulo*, 2 (20), 47-83.
- Alves, F.R.V. (2014). Engenharia Didática para o Teorema da Função Implícita: análises preliminares e a priori. *Revista Brasileira de Ensino de C&T*, 3(7),148-168, 2014.
- Artigue, M. Engenharia Didáctica. (1994) In: Brun, Jean (Ed.) *Didáctica das Matemáticas*. Lisboa: Instituto Piaget,193-217. (Horizontes Pedagógicos).
- Artigue, M.; Perrin Glorian, M. J. (1991). Didactic engineering, research and development tool: some theoretical problems linked to this duality. *For the Learning of Mathematics*, 1(11), 13-18.
- Brasil. (2002). *PCN+*. Brasília: Ministério da Educação.
- Brasil. (2006). *Orientações Curriculares para o ensino médio*. Brasília: Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica.
- Brousseau, G. (1996a) Fundamentos e Métodos da Didáctica da Matemática. In: Brun, J. *Didáctica das Matemáticas*. Tradução de: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 35-113.
- Brousseau, G. (1996b). Os diferentes papéis do professor. In: Parra, C.; Saiz, I. *Didáctica da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas*. Tradução de: Juan Acuña Llorens. Porto Alegre: ArtMed, 48-72.
- Bryden, D. (1976). Scotland's Earliest Surviving Calculating Device: Robert Davenport's Circles of Proportion of c. 1650. *The Scottish Historical Review*, 55(159), 54-60. Retrieved from <http://www.jstor.org/stable/25529147>
- Laborde, C. (1997). Affronter la complexité des situations didactiques d'apprentissage des mathématiques en classe: défis et tentatives. *DIDASKALIA*, 1(10), 97-112.
- Lima, Joselice Ferreira; Neto, João da R. Medrado; Martins, Victor E. de O.; Pereira, Sérgio G. A.; Martins, Carlos A. P. S. (2006). LVCE: Laboratório Virtual de

Circuitos Elétricos. *Anais: XXXIV Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia*. Passo Fundo: RS.

Lorenzato, S. (2006). *Para aprender matemática*. São Paulo: Autores Associados.

Lütchemeyer, Roselia da Rosa; Schefer, Nilce Fátima. (2011). Objetos de aprendizagem e o conceito de Logaritmos: apontamentos iniciais de uma pesquisa em sala de aula. In: Congresso Nacional de Educação Matemática, 2, Ijuí. *Anais...*: UNIJUI, 2011. CD-ROM. ISSN 2236-4889.

Machado, S. D. A. (2002). Engenharia Didática. In: Machado, S. D. A. (org.). *Educação Matemática: Uma introdução*. 2 ed. São Paulo: Educ, 197-208.

Pais, Luiz Carlos. (2015). *Didática da matemática: Uma análise da influência francesa*. 3 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora.

Pommer, M. W. (2013). *A Engenharia Didática em sala de aula: elementos básicos e uma ilustração envolvendo as Equações Diofantinas Lineares*. São Paulo.

Santos, A. A; Alves, F.R.V; Vasconcelos, F.H.L. (2018). A Engenharia Didática em completude com a Teoria das Situações Didáticas como percurso metodológico. *Ensino de Ciências e Matemática: Experiências da formação continuada de professores na pós-graduação do IFCE*, 1(1), 07- 248.

Silva, B. A. Contrato Didático. In: MACHADO, Silvia Dias Alacântara. (Org.) *Educação Matemática – Uma (nova) introdução*. São Paulo. EDUC. 2008, p. 49-75.

Veloso, Ana Luiza Alves. (2014). *Estudo de Logaritmos com ênfase à metodologia de resolução de problemas*. Dissertação de Mestrado. Palmas: UFT.

Porcentagem de contribuição de cada autor no manuscrito

Verusca Batista Alves – 20%

Georgyana Gomes Cidrão – 20%

Suziê Maria de Albuquerque – 20%

Francisco Wagner Soares Oliveira – 20%

Ana Carolina Costa Pereira – 20%