

## Conhecimentos matemáticos para o ensino evidenciados em escritas reflexivas de futuros professores de Matemática

Mathematical knowledge for teaching evidenced in prospective Mathematics teachers' reflective writing

Conocimientos matemáticos para la enseñanza evidenciados en escritos reflexivos de futuros profesores de matemáticas

Recebido: 09/06/2022 | Revisado: 22/06/2022 | Aceito: 24/06/2022 | Publicado: 05/07/2022

**Alisson Henrique dos Santos**

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2524-0927>

Soluções editoriais, Brasil

E-mail: [alisson\\_hs612@hotmail.com](mailto:alisson_hs612@hotmail.com)

**Edilaine Regina dos Santos**

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2086-4044>

Universidade Estadual de Londrina, Brasil

E-mail: [edilaine.santos@uel.br](mailto:edilaine.santos@uel.br)

### Resumo

Este artigo apresenta resultados de uma investigação que teve como um de seus objetivos identificar Conhecimentos Matemáticos para o Ensino de futuros professores de Matemática evidenciados em escritas reflexivas. Realizada sob uma perspectiva qualitativa e interpretativa a pesquisa lançou um olhar para escritas reflexivas de futuros professores de Matemática. As análises dos registros reflexivos dos licenciandos, produzidos em um caderno, foram pautadas em considerações a respeito de Conhecimentos Matemáticos para o Ensino de Ball, Thames e Phelps (2008). Por meio delas, foi possível identificar, dentre outros, que os licenciandos refletiram sobre seu futuro como professores de Matemática, indicando possíveis dificuldades ou oportunidades para aplicar as estratégias reconhecidas nas aulas; apresentaram alguma dificuldade/falha/fraqueza em relação ao conteúdo ou ao ensino deste indicando uma possível causa e possibilidade em como poderiam superá-las; construir um inventário de ações presentes nas escritas reflexivas dos licenciandos que oportunizou a identificação dos Conhecimentos Matemáticos para o Ensino.

**Palavras-chave:** Educação matemática; Formação de professores de matemática; Escrita reflexiva; Conhecimentos matemáticos para o ensino.

### Abstract

This article presents results of an investigation that aimed to identify Mathematical Knowledge for the Teaching of future Mathematics teachers evidenced in reflective writing. Conducted from a qualitative and interpretive perspective, the referred research took a look at reflective writings of future mathematics teachers. The analysis were based on considerations about Reflective Writing and its contributions to teacher training, and Mathematical Knowledge for the Teaching of Ball, Thames and Phelps (2008). Through them, it was possible to identify, among others, that the undergraduates have reflected on their future as Mathematics teachers, indicating possible difficulties or opportunities to apply the strategies recognized in classes; presented some difficulty / failure / weakness in relation to its content or teaching, indicating a possible cause and possibility in how they could overcome them; to build an inventory of actions present in the reflective writings of the undergraduate students, which made it possible to identify Mathematical Knowledge for Teaching.

**Keywords:** Mathematics education; Mathematics teacher education; Reflective writing; Mathematical knowledge for teaching.

### Resumen

Este artículo presenta los resultados de una investigación con uno de sus objetivos identificar los Conocimiento Matemáticos para la Enseñanza de los futuros profesores de Matemática evidenciados en escritos reflexivos. Realizada en una perspectiva cualitativa e interpretativa, la investigación abordó los escritos reflexivos de los futuros profesores de matemáticas. Los análisis de los registros reflexivos de los estudiantes de grado, producidos en un cuaderno, se basaron en las consideraciones sobre el Conocimiento Matemático para la Enseñanza de Ball, Thames y Phelps (2008). A través de ellos, fue posible identificar, entre otros, que los estudiantes de grado reflexionaron sobre su futuro como docentes de Matemática, indicando posibles dificultades u oportunidades para aplicar las estrategias reconocidas en las clases; presentaron alguna dificultad/fallo/debilidad en relación con el contenido o su enseñanza,

indicando una posible causa y posibilidad sobre cómo podrían superarlos; construir un inventario de acciones presentes en los escritos reflexivos de los estudiantes de grado que posibilitaron la identificación del Conocimiento Matemático para la Enseñanza.

**Palabras clave:** Educación matemática; Formación para profesores de matemáticas; Escritura reflexiva; Conocimiento matemático para la enseñanza.

## 1. Introdução

Refletir a respeito de experiências, de práticas ocorridas no contexto escolar, por exemplo, tem sido apontado por alguns autores como uma oportunidade para que o desenvolvimento profissional de futuros professores possa ocorrer (Ponte, 1998; Marcelo, 2009). Esse exercício pode ser sistematizado por meio de uma escrita, registrada em instrumentos diversos, como a reflexiva.

A importância de escritas reflexivas, ou registros reflexivos, para a formação de professores, seja ela inicial ou continuada, tem sido destacada por diversas pesquisas (Galiuzzi & Lindemann, 2003; Pontes, 2011; Fioravante, 2014; Rivera, 2017; Soares, et., 2020; Santos, 2020; Gardin & Santos, 2021; Oliveira & Teixeira, 2021; Rodrigues & Teixeira, 2021).

A escrita reflexiva pode auxiliar professores e futuros professores em aspectos tais como: “[...] perceber as teorias pessoais que, também, pelo registro, podem ser transformadas” (Galiuzzi & Lindemann, 2003, p. 140); “[...] aprofundar o autoconhecimento, desenvolver a percepção crítica sobre questões de aprendizagem, e solucionar problemas na sala de aula e/ou na escola” (Pontes, 2011, p. 07); “[...] questionar a realidade em que estão inseridos, buscando maneiras de transformá-las sempre que exista a necessidade” (Fioravante, 2014, p. 26). Além disso, esse tipo de escrita pode evidenciar conhecimentos, de quem as escreve, que, por exemplo, podem ser considerados necessários para o ensino de Matemática.

Tendo isso em vista, nesse artigo são apresentados resultados de uma investigação desenvolvida em torno da temática da escrita reflexiva e que teve como um de seus objetivos identificar Conhecimentos Matemáticos para o Ensino evidenciados na escrita reflexiva de futuros professores de Matemática. Para isso, inicialmente são apresentados pressupostos teóricos sobre Conhecimentos Matemáticos para o Ensino (Ball, et al., 2008) que foram adotados nessa investigação, na sequência, os procedimentos metodológicos e, por fim, algumas considerações.

## 2. Conhecimentos Matemáticos para o Ensino: algumas considerações

Partindo do pressuposto de que uma escrita reflexiva pode evidenciar conhecimentos de quem a escreve, nesse artigo pretende-se apresentar resultados de uma investigação que teve como um de seus objetivos identificar Conhecimentos Matemáticos para o Ensino evidenciados em escritas reflexivas de futuros professores de Matemática. Para isso foram utilizados pressupostos teóricos a respeito de Conhecimentos Matemáticos para o Ensino de Ball, et al., (2008), que se referem ao Conhecimento Matemático para o Ensino como o conhecimento matemático necessário para realizar o trabalho de ensino de matemática.

Esses pressupostos são provenientes dos estudos de Shulman (1986) que buscou compreender de onde vêm os conhecimentos dos professores, como são constituídos e como os conhecimentos “novos” e “velhos” se entrelaçam para formar uma base de conhecimentos. Desses estudos, emergem três categorias para compor a base de Conhecimentos para o Ensino: o Conhecimento Específico do Conteúdo, o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo e o Conhecimento Curricular. Porém em 1987, Shulman reavaliou essas categorias e as desdobrou em sete: o Conhecimento do Conteúdo, o Conhecimento Pedagógico Geral, o Conhecimento do Currículo, Conhecimento Pedagógico do Conteúdo, o Conhecimento dos Alunos e de Suas Características, o Conhecimento de Contextos Educacionais e o Conhecimento dos Fins, Propósitos e Valores da Educação e de Sua Base Histórica e Filosófica, que culminam na ideia de que o professor necessita não apenas do conhecimento do conteúdo específico, mas para além dele, de maneira concomitante, deve possuir, dentre outros, conhecimentos pedagógicos

com relação a tal conteúdo específico e sua disposição no currículo. O Conhecimento Pedagógico do Conteúdo talvez seja o que melhor diferencia a compreensão de um especialista em conteúdo daquele de um pedagogo, o que vai de encontro aos objetivos da pesquisa em questão de identificar especificamente os conhecimentos dos futuros professores relacionados ao contexto do ensino da matemática, aqueles conhecimentos que estão relacionados à organização dos tópicos específicos, do problemas e das questões e suas representações e adaptações necessárias aos diversos interesses e aptidões dos alunos (Shulman, 1987).

Na tentativa de especificar, ampliar e aprofundar as categorias definidas para a base de Conhecimentos para o Ensino, relacionando-as diretamente com a Matemática, Ball, et al., (2008) desenvolveram diversos trabalhos e estudos até cunharem os termos<sup>1</sup> Conhecimento Comum do Conteúdo; Conhecimento Especializado do Conteúdo; Conhecimento do Conteúdo e do Ensino e Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes.

Ball, et al., (2008) definem o Conhecimento Comum do Conteúdo como sendo aquele que todos podem possuir, mesmo sem ter uma formação específica em Matemática; refere-se as habilidades de resolver cálculos e reconhecer erros e saber corrigi-los. Um engenheiro, um arquiteto ou qualquer pessoa que teve alguma instrução Matemática na vida, até mesmo apenas com experiências informais, podem apresentar esse domínio.

Já o Conhecimento Especializado do Conteúdo engloba ações que se espera de um profissional que ensina matemática, indo além do saber realizar cálculos, resolver problemas e identificar erros. Espera-se que professores com esse domínio, por exemplo, identifiquem a origem de erros, apontem seus significados e estabeleçam relações entre os erros e suas prováveis origens justificando-os matematicamente (Ball, et al., 2008).

Com relação a isso, Ribeiro (2012) aponta que:

[...] perceber o erro não é uma tarefa que exija algum conhecimento especial: qualquer um que pode resolver o problema anterior poderá verificar um resultado incorreto. Não obstante ensinar envolve mais do que identificar uma resposta incorreta, pois requer capacidade de dimensionar a fonte do erro matemático. Em síntese, os professores precisam ser capazes de realizar análises eficientes e fluentes de erros matemáticos, uma prática comum entre os matemáticos no decorrer de seu próprio trabalho, por exemplo. Contudo, essa tarefa, no ensino, difere somente pelo fato de que o foco de análise são os erros produzidos por outros, pelos alunos. (Ribeiro, 2012, p. 540).

Ainda em relação a esse domínio, outro aspecto que merece destaque refere-se aos questionamentos que o professor pode fazer como forma de discutir e reconhecer diferentes estratégias utilizadas pelos alunos em diversas situações. Ribeiro (2012) evidencia que, por muitas vezes, essas estratégias utilizadas pelos alunos são pouco usuais e o professor necessita compreendê-las:

Com frequência, estes se utilizam de estratégias pouco usuais e, nesse caso, o professor deve ser capaz de levantar questionamentos, como: É legítimo fazer isto?; Por quê?; Isto funciona, em geral?; Isto é mais fácil para algumas situações e mais difícil para outras?; Como descrever o método usado pelo aluno e como justificá-lo matematicamente?. Enfim, o professor precisa estar engajado com essa espécie de discurso interno da matemática, o qual é crucial para determinar o que fazer ao ensinar essa matemática. (Ribeiro, 2012, p. 540-541).

O Conhecimento do Conteúdo e do Ensino pode estar evidente quando há indícios, por exemplo, de que o professor domina o conteúdo e, para além disso, sabe sequenciar os tópicos de maneira adequada e lógica, apresenta noções de como abordar as especificidades de cada tópico e cita exemplos eficazes para contribuir com a aprendizagem de seus alunos

---

<sup>1</sup> Ball, Thames e Phelps (2008) ainda definem outros dois termos que não foram constituintes da fundamentação teórica da investigação em tela. O termo Conhecimento do Conteúdo e do Currículo está relacionado aos materiais utilizados pelo professor para auxiliá-lo durante a preparação das aulas como, por exemplo, o livro didático, currículos, orientações metodológicas e outros recursos metodológicos. O termo Conhecimento do Horizonte do Conteúdo relaciona-se com a compreensão que o professor pode ter da extensão matemática apresentada nos currículos e as previsões que ele pode fazer para um futuro aprofundamento da Matemática que está sendo trabalhada em sala de aula.

auxiliando-os a superar possíveis dificuldades (Ball, et al., 2008). Para além disso, o professor precisa avaliar momentos oportunos para tomar atitudes que conduzam a aula de maneira a contribuir com a aprendizagem de seus alunos:

Durante uma discussão em sala de aula, o professor deve decidir quando ter uma pausa para mais esclarecimentos, quando usar um comentário de um estudante para fazer uma observação sobre um assunto matemático e quando fazer uma nova pergunta ou colocar uma nova tarefa para aprofundar a aprendizagem dos estudantes. Cada uma dessas decisões requer coordenação entre a matemática em questão e as opções de instrução e propósitos em jogo. (Ball, et al., 2008, p. 401, tradução nossa).

A interação entre o conteúdo matemático envolvido na aula e o entendimento e a compreensão pedagógica das atividades está relacionada ao Conhecimento do Conteúdo e do Ensino. Elaborar tarefas matemáticas para ensinar determinado conceito, por exemplo, tarefas que utilizam recursos digitais para a abordagem de conteúdos relacionados a geometria, selecionar e utilizar materiais manipuláveis e jogos adequados para os objetivos da aula que possam auxiliar na condução da mesma, são atitudes que demonstram domínio do Conhecimento do Conteúdo e do Ensino, ou seja, segundo Pazuch e Ribeiro (2017, p. 474), este conhecimento “ combina o saber sobre o ensino e sobre matemática”.

Quando o professor, ou futuro professor de Matemática, pode, dentre outros aspectos, predizer os erros mais comuns dos alunos com determinado conteúdo, ou seja, os mais prováveis de acontecer, este demonstra possuir domínio do Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes (Ball, et al., 2008).

Pazuch e Ribeiro (2017, p. 474) afirmam que “os professores devem, por exemplo, ser capazes de antecipar o que os estudantes estão propensos a pensar e o que e quando eles encontrarão dificuldades acerca de um determinado conteúdo”, de maneira que a experiência do professor, a capacidade de ouvir e interpretar os raciocínios dos alunos e o conhecimento do contexto em que estão inseridos contribuem para promover essas previsões.

Desse modo, quando o professor identifica as peculiaridades de sua turma e de seus alunos ele pode planejar e organizar as sequências de suas aulas podendo reconhecer possibilidades e possíveis avanços, as tarefas a serem realizadas e quais conteúdos abordar levando em consideração o contexto dos seus alunos com relação a série, idade, dentre diversos outros fatores (Lauteschlager & Ribeiro, 2017; Cury & Bisognin, 2017).

### 3. Procedimentos Metodológicos

A investigação em tela, de natureza qualitativa, foi desenvolvida tendo como fonte de dados escritas reflexivas de futuros professores de Matemática, de uma Universidade Pública Paranaense, elaboradas durante um trabalho formativo, realizado no 1º bimestre de 2019, a respeito das operações aritméticas<sup>2</sup>. Esse trabalho ocorreu no contexto de uma disciplina de Prática e Metodologia do Ensino de Matemática, ministrada no 3º ano do curso, que possui a especificidade em abordar conteúdos matemáticos da Educação Básica e suas possibilidades para o ensino.

Nesse processo formativo:

- os futuros professores resolveram individualmente os seguintes cálculos buscando justificar os procedimentos realizados:  $4283+514$ ,  $3456+795$ ,  $786-23$ ,  $601-417$ ,  $452 \times 13$ ,  $769 \times 102$ ,  $842 \div 2$ ,  $1515 \div 15$ ;
- na sequência, os licenciandos foram organizados em grupos de modo que cada um ficasse responsável por um cálculo e também por ideias associadas a cada operação aritmética e pudesse, por meio de estudos e discussões, apresentar argumentos matemáticos adequados para explicar tal operação a alunos do 6º ano do Ensino Fundamental;

---

<sup>2</sup> A escolha deste conteúdo pelo professor responsável pela disciplina se deu pela relevância desse assunto e sua riqueza de detalhes que, frequentemente, não são valorizados pelos licenciandos por julgarem simples e que por muitas vezes os desconhecem, por isso, podem enfrentar dificuldades no momento de ensinar tal conteúdo.

- depois do trabalho em grupo, foram realizadas apresentações e discussões coletivas para sistematização de ideias e aprendizagens.

Como nessa disciplina estavam matriculados 24 alunos, para viabilizar a realização desta pesquisa foi estipulado um ponto de corte baseado na quantidade de escritas reflexivas<sup>3</sup>. Foi definido então que seriam analisadas as escritas reflexivas dos licenciandos que as produziram para todas as aulas do 1º bimestre utilizadas para o trabalho supracitado, ou seja, oito aulas. Desse modo, as análises foram realizadas levando em consideração as escritas reflexivas de três futuros professores de Matemática, indicados neste artigo por licenciando L1, L2 e L3.

Para a análise dessas produções, inicialmente foi realizada uma exploração do material, feita com a intenção de conhecer o conteúdo contido neles. Essa exploração se deu pela leitura em um primeiro momento de maneira vertical, ou seja, olhando para as produções de cada aluno individualmente, em um segundo momento, as escritas foram divididas por aula e lidas de maneira horizontal, em que foram exploradas as escritas de todos os alunos referente a uma aula específica (Santos & Buriasco, 2015, 2016). A partir dessa leitura prévia, buscou-se identificar Conhecimentos Matemáticos para o Ensino nessas escritas reflexivas.

#### 4. Análises e Discussões

Para cada Conhecimento Matemático para o Ensino identificado, a partir de escritas reflexivas dos futuros professores, são apresentados trechos de escritas reflexivas e as análises realizadas.

De um modo geral, acerca de cada Conhecimento Matemático para o Ensino, pode-se destacar que:

- Conhecimento Comum do Conteúdo: não foi possível identificar esse Conhecimento nas escritas reflexivas de todos os licenciandos. Por isso, nessa seção de análise, serão apresentados trechos dos licenciandos em que foi possível tal identificação;
- Conhecimento Especializado do Conteúdo: os três futuros professores apresentaram aspectos desse Conhecimento em suas escritas reflexivas. Por isso, buscou-se apresentar, ao menos um trecho de cada evidência, desse Conhecimento para cada licenciando;
- Conhecimento do Conteúdo e do Ensino: também foi possível identificar esse Conhecimento para todos os licenciandos e, desse modo, também são apresentados ao menos um trecho da escrita reflexiva para cada futuro professor;
- Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes: não foi possível identificar esse Conhecimento nas escritas reflexivas de todos os licenciandos. Por isso, serão apresentados trechos dos licenciandos em que foi possível identificá-lo.

A respeito do Conhecimento Comum do Conteúdo, são apresentados dois trechos de escritas reflexivas<sup>4</sup> em que foram identificados e as análises realizadas. São escritas reflexivas de um mesmo licenciando (L3) para duas aulas diferentes: uma referente a aula em que tiveram o contato inicial com a temática de estudo e a outra, que diz respeito a um dia de apresentações dos trabalhos realizados em grupos.

---

<sup>3</sup> Como essas escritas reflexivas foram utilizadas pelo professor para a avaliação da aprendizagem dos alunos, foram utilizadas as fichas de avaliação que ele elaborou e preencheu, considerando quando uma escrita era reflexiva ou não.

<sup>4</sup> Cabe destacar que as transcrições foram apresentadas tal como os futuros professores as produziram, sem qualquer tipo de ajuste ou correção para norma culta, a fim de não causar nenhum tipo de interferência nas produções que foram feitas.

**Quadro 1** – Trecho da escrita reflexiva de L3 para uma aula inicial com a temática.

Na aula de hoje fizemos 8 contas, sendo 2 de adição, 2 de subtração, 2 de multiplicação e 2 de divisão e, além disso, explicamos os procedimentos realizados nas contas, o que foi meio complicado, pois são coisas tão rotineiras para mim que acaba sendo automático e acabo “não pensando” muito no que estou fazendo, só faço.

Fonte: escrita reflexiva de L3.

L3 inicia sua escrita reflexiva por uma descrição dos acontecimentos da aula e indica ter achado complicado explicar os procedimentos realizados nos cálculos. Também é possível observar alguma compreensão da possível causa dessa dificuldade, incumbindo-a ao fato de sempre ter realizado cálculos de maneira mecânica e rotineira, o que indica aspectos do Conhecimento Comum do Conteúdo, pois realizar cálculos de adição, multiplicação, divisão ou subtração de maneira mecânica também pode fazer parte da rotina de diversos indivíduos que não necessariamente são profissionais do ensino, assim como afirmam Ball, et al., (2008), ao definirem o Conhecimento Comum do Conteúdo como sendo aquele que todos podem possuir, mesmo sem ter uma formação específica em Matemática.

**Quadro 1** – Trecho da escrita reflexiva de L3 para um dia de apresentações.

Na aula de hoje teve mais apresentações, das contas de subtração e 1 de multiplicação. A dupla da 1ª de subtração falou de minuendo e subtraendo, coisa que acho que nunca devo ter ouvido na escola. Achei muito incrível na 2ª subtração, que para não “emprestar” podemos somar um mesmo número nas duas parcelas (ou subtrair) para depois realizar a operação desejada. E na multiplicação, realmente é mais fácil de explicar da forma \*, coisa que não tinha parado para pensar anteriormente.

Fonte: escrita reflexiva de L3.

Após a descrição dos acontecimentos da aula, L3 aponta nunca ter ouvido falar, durante sua formação escolar, dos termos “subtraendo” e “minuendo”, uma característica comum daquelas pessoas que possuem Conhecimento Comum do Conteúdo, pois realizam os cálculos, mas muitas vezes sem conhecer as nomenclaturas corretas, algo que é mais comum para aqueles que ensinam matemática, como indica Ball, et al., (2008, p. 399):

[...] Quando os professores escrevem no quadro, eles precisam usar termos e notações corretamente. [...] Mas parte disso requer conhecimento matemático e habilidade que outras pessoas também possuem - portanto, isso não é especial para o trabalho de ensino.

Acerca do Conhecimento Especializado do Conteúdo, são apresentados três trechos de escritas reflexivas em que foram identificados e as análises realizadas. São escritas reflexivas dos licenciandos L1, para uma aula em que os grupos puderam se organizar e estudar para as apresentações, L2 para uma aula em que foram realizadas apresentações de alguns grupos e L3 para uma aula em que os futuros professores tiveram um contato inicial com a temática de estudo.

**Quadro 3** – Trecho da escrita reflexiva de L1 para uma das aulas destinada aos estudos.

Nesta aula continuamos a trabalhar com a nossa operação de divisão. Apesar de já termos resolvido, ainda restaram dúvidas e questões postas pelo professor.

Primeiro, nossa dúvida desde de a aula passada “Por que começar da esquerda para a direita?” Na busca por essa resposta descobrimos que era possível resolver da direita para a esquerda também, mas a princípio não estávamos conseguindo, pois queríamos fazer pelo algoritmo tradicional, entretanto ele não funciona nessa forma de resolver. Por fim, tivemos ajuda do professor e assim percebemos que resolver a divisão da direita para a esquerda é possível, temos que fazer uma mistura do algoritmo tradicional com um método da subtração sucessivas, dessa forma, chegamos a conclusão que começamos da esquerda para direita porque é mais fácil. (Na verdade, a L5 já tinha visto que era por convenção mas tínhamos que saber o porquê).

Fonte: escrita reflexiva de L1.

No segundo parágrafo, L1 expõe que seu grupo identificou a possibilidade de trabalhar com o algoritmo iniciando o cálculo do algarismo mais à direita para o mais à esquerda no dividendo, o que não é a maneira usual de fazê-lo, chegando à conclusão de que, por convenção, o modo usual de utilizá-lo o torna um algoritmo. Apesar de não relacionar o algoritmo com as ideias envolvidas na divisão, como medida e partilha, o fato de L1 e seu grupo identificarem outra maneira de abordá-lo, diferente da usual e sua intenção em buscar as justificativas para tal procedimento, demonstra aspectos do Conhecimento Especializado do Conteúdo, uma vez que o futuro professor reconhece uma maneira diferente da corriqueira para iniciar o algoritmo, o que, como Ribeiro (2012) diz sobre os alunos:

Com frequência, estes se utilizam de estratégias pouco usuais e, nesse caso, o professor deve ser capaz de levantar questionamentos, como: É legítimo fazer isto?; Por quê?; Isto funciona, em geral?; Isto é mais fácil para algumas situações e mais difícil para outras?; Como descrever o método usado pelo aluno e como justificá-lo matematicamente?. Enfim, o professor precisa estar engajado com essa espécie de discurso interno da matemática, o qual é crucial para determinar o que fazer ao ensinar essa matemática. (Ribeiro, 2012, p. 540-541).

**Quadro 4** – Trecho da escrita reflexiva de L2 para um dia de apresentações.

A partir desses 9 grupos, foi possível conhecer, estudar e aprender muitos e variadas maneiras de se ensinar, [...] e abordar as 4 operações.

[...]

Gostei muito dessa proposta de aula, aprendi termos corretos, maneiras diversas de se solucionar operações, sanei dúvidas, aprendi a me pôr no lugar do aluno e no lugar do professor. Além disso, tive a oportunidade de conhecer diferentes ideias, pontos de vista, dúvidas e posicionamentos. Foi tudo muito válido e enriquecedor.

Ainda, com base na minha operação, acredito que aprendi muito, descobri maneiras novas de resolver a divisão, tal como a convencional (da maior ordem para a menor ordem, da menor ordem para maior ordem e das subtrações sucessivas. Acredito também que poderia e posso melhorar minha apresentação, utilizando termos corretos e coerentes. Além de explicar com clareza e sutileza, afinal quem está aprendendo não tem obrigação de acompanhar passo a passo o que uma pessoa com maior tempo de prática sabe.

Fonte: escrita reflexiva de L2.

No primeiro parágrafo, L2 identifica possibilidades diferentes de ensinar e abordar o conteúdo discutido durante as aulas e, posteriormente, ressalta mais uma vez essas possibilidades. Esta é uma das características do Conhecimento Especializado do Conteúdo, quando o professor/futuro professor reconhece diferentes maneiras de apresentar um conceito

<sup>5</sup> Não foi possível identificar a palavra escrita pelo futuro professor. Supõe-se que seja ‘aprender’.

específico. (Lauteschlager & Ribeiro, 2017; Pazuch & Ribeiro, 2017; Cury & Bisognin, 2017).

**Quadro 5** – Trecho da escrita reflexiva de L3 para uma aula inicial com a temática.

Algo que achei muito interessante é que na última conta existe um momento que devo fazer  $15 \times 0 = 0$  para poder fazer  $15 \div 15$  e não somente o  $1 \div 15$  e aí percebi que ensinando uma criança isso pode ser usado no início também, pois  $0101 = 101$ .

Fonte: escrita reflexiva de L3.

L3 destaca uma parte de seus estudos nesta aula, em que identifica uma outra maneira de ensinar o porquê comumente inicia-se a divisão de diretamente com os dois primeiros algarismos (da unidade de milhar e da centena) ao mesmo tempo, e não somente com o algarismo da unidade de milhar. Por exemplo, se o cálculo for iniciado pela unidade de milhar sem reagrupá-lo com as centenas (o que resultariam em 15 centenas para iniciar o cálculo), deve-se obter um número no qual multiplicado por 15 resulte em 1, sendo o zero o mais próximo disso. Portanto, o quociente iniciaria com o zero, e não com o 1 no caso de se reagrupar a unidade de milhar com as centenas. Esse licenciando indica isto pois, no decorrer deste cálculo, este procedimento de incluir um zero no quociente é requisitado para que o resultado seja correto, e costumeiramente esse procedimento só é explicado do decorrer do cálculo e observa que também é possível ocorrer no início do cálculo. Sendo assim, esse licenciando reconhece essa opção de abordar a justificativa de incluir um zero no meio do cálculo também no início dele para seus futuros alunos, o que demonstra aspectos do Conhecimento Especializado do Conteúdo, pois identifica uma maneira específica de abordar a situação do cálculo proposto, atitude essa pouco vista naqueles que não têm a intensão de ensinar matemática, assim como diz Cury e Bisognin (2017), demonstra conhecer representações de um conceito específico.

Em relação ao Conhecimento do Conteúdo e do Ensino são apresentados dois trechos de escritas reflexivas em que foram identificados e as análises realizadas. São escritas reflexivas dos licenciandos L2 para a aula em que pôde consultar os materiais de apoio oferecidos pelo professor responsável pela disciplina para pesquisar sobre as operações aritméticas e L3, para um dia de apresentações.

**Quadro 6** – Trecho da escrita reflexiva de L2 para uma das aulas destinada aos estudos.

Na última aula foi proposto um trabalho em dupla. No qual cada dupla ficou responsável por uma operação, onde devíamos resolvê-lá de modo claro e explícito visando que explicaríamos tal resolução para uma criança.

A princípio nos pareceu uma atividade “simples”. Porém, pelo contrário! Tornou-se ao bem complexo. Afinal, como explicar uma operação básica, no nosso caso a divisão, para quem nunca estudou ou viu nada sobre? Por que todas as operações iniciam-se pela casa da unidade, à direita, enquanto só a divisão começa pela esquerda? O que é divisor, dividendo, quociente e resto? Pra que serve a divisão? Estas foram algumas das perguntas que nos surgiu. Tentamos, então, respondê-las!

Achei essa dinâmica de aula interessante e bastante objetiva. Pude me dedicar a entender um pouco mais sobre questões acerca da educação básica. Tais como, “por que divisão? Pra que divisão? Como resolver?” Questões estas que dificilmente eu parei pra pensar.

Fonte: escrita reflexiva de L2.

Inicialmente, L2 realiza uma descrição das atividades da aula e, na sequência, no segundo parágrafo, indica ter achado complexas as tarefas desta aula e apresenta uma série de dúvidas que surgiram desse trabalho. Além disso, que durante os estudos desta aula, o objetivo foi de respondê-las. Com essa reflexão, talvez esteja preparado durante suas futuras aulas, para

responder às questões levantadas pelos seus futuros alunos, bem como identificar momentos oportunos para realizar esses mesmos questionamentos, evidenciados por L2, para seus futuros alunos, o que pode caracterizar aspectos do Conhecimento do Conteúdo e do Ensino pois, segundo Ball, et al., (2008):

Durante uma discussão em sala de aula, o professor deve decidir quando ter uma pausa para mais esclarecimentos, quando usar um comentário de um estudante para fazer uma observação sobre um assunto matemático e quando fazer uma nova pergunta ou colocar uma nova tarefa para aprofundar a aprendizagem dos estudantes. Cada uma dessas decisões requer coordenação entre a Matemática em questão e as opções de instrução e propósitos em jogo. (Ball, et al., 2008, p. 401, tradução nossa).

**Quadro 7** – Transcrição completa da escrita reflexiva de L3 para um dia de apresentações.

Na aula de hoje iniciam-se as apresentações dos grupos sobre as ideias das operações básicas e as duas contas de adição que foram propostas na primeira aula. Existem as ideias das operações que muitas vezes nós não paramos para pensar muito sobre, mas são ideias que usamos frequentemente (a maioria) sem perceber. Acho que é algo que temos que ter claro em mente para quando formos ensinar saber tratar de forma diferente para os alunos e eles terem a liberdade para pensar da maneira mais fácil para eles.

Aprendi algo que parece tão natural, mas que não havia parado para pensar antes, que a conta por si só não me passa uma ideia específica, mas quando ela está envolvida em um contexto eu posso relacionar a uma determinada ideia.

Fonte: escrita reflexiva de L3.

No primeiro parágrafo, L3 descreve os objetivos desta aula e, em seguida, apresenta reconhecer as ideias envolvidas nas operações, algo específico deste conteúdo, e indica como essas ideias podem contribuir com a aprendizagem dos alunos ao demonstrar que, apresentando todas elas, os alunos terão mais oportunidades de aprender e superar suas dificuldades caso reconheçam uma ideia que possa ser mais “fácil” para sua compreensão, como escrito por ele. No último parágrafo, apresenta possíveis aspectos do Conhecimento do Conteúdo e do Ensino ao manifestar ter noções de como abordar algumas especificidades das ideias envolvidas nas operações, neste caso, mostra que o algoritmo por si só não indica qual ideia está envolvida no cálculo, o contexto da operação é que possibilita identificar a ideia relacionada. É notável que as aulas desta disciplina da graduação possibilitaram aos licenciandos uma compreensão das operações aritméticas e, na escrita reflexiva de L3, percebe-se a compreensão de que essas operações não são apenas os algoritmos que as acompanham, mas vão além, pois se relacionam com as ideias envolvidas que, como ele próprio afirma, usamos muitas vezes sem perceber.

A respeito do Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes são apresentados dois trechos de escritas reflexivas em que foram identificados e as análises realizadas. São escritas reflexivas de um mesmo licenciando (L1) para duas aulas diferentes: uma referente à aula em que teve um contato inicial com os cálculos propostos; outra (sétima aula), que diz respeito a um dia de apresentações dos trabalhos por alguns dos grupos.

**Quadro 8** – Trecho da escrita reflexiva de L1 para uma aula inicial com a temática.

Enfim, optamos por explicar os dois métodos: o algoritmo tradicional e o método das subtrações sucessivas. O primeiro, devo confessar, que não participei do desenvolvimento, fiquei tentando baixar os arquivos e testando o segundo método, quando vi eles já tinham feito, porém ainda nos restou uma dúvida “qual explicação que se dá para a divisão começar pela unidade de milhar (neste caso) e não pela unidade como nas outras operações?”, vamos pensar nisso na próxima aula. Já o segundo método eu me propus a fazer, já que não participei do primeiro. Para mim, nesse método o aluno tem menos chance de errar, pois ele pode fazer aproximações. Contudo, fico pensando se da certo ensinar os dois métodos, se os alunos não iriam fazer confusão. É mais uma dúvida. Temos a próxima aula para terminar.

Fonte: escrita reflexiva de L1.

Neste parágrafo, L1 descreve o planejamento do seu grupo para a apresentação, indicando que utilizariam dois métodos para explicar o cálculo da divisão incumbido a eles: pelo método do algoritmo tradicional da divisão e pelo método das subtrações sucessivas e, no seguinte trecho, reflete sobre o método das subtrações sucessivas, indicando aspectos do Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes: “[...] Para mim, nesse método o aluno tem menos chance de errar, pois ele pode fazer aproximações. Contudo, fico pensando se da certo ensinar os dois métodos, se os alunos não iriam fazer confusão. [...]”.

Note que esse futuro professor já supõe que os alunos podem fazer confusões com os dois métodos, dadas as similaridades deles e as características do conteúdo, o que, segundo Ball, et al., (2008) pode indicar aspectos do Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes, pois este está relacionado a predizer os erros mais comuns dos alunos com determinado conteúdo, ou seja, os mais prováveis de acontecer.

**Quadro 9** – Transcrição completa da escrita reflexiva de L1 para um dia de apresentações.

Nesta aula continuaram as apresentações, desta vez foi uma apresentação de multiplicação e suas de divisão.

Em relação a multiplicação, como a operação era entre duas centenas, o grupo dividiu a operação em outras três multiplicações. Para mim, foi interessante, mas levantaram a questão de que para trabalhar no 6º ano que é nosso foco, não seria muito interessante justamente por transformar uma operação em outras três operações. Entretanto, foi apresentado outro método menos complexo que ajudou a justificar o algoritmo convencional, que foi o seguinte:

Handwritten mathematical work showing two multiplication problems. The first is  $769 \times 502$  and the second is  $769 \times 102$ . The calculations are done using the standard algorithm with partial products and a final sum.

Acho que seria útil fazer essa comparação na hora de trabalhar com os alunos.

Quanto a divisão, como era nossa operação, não teve muitas novidades, mas aprendi e entendi muita coisa durante os estudos, por exemplo, o significado de colocar o 0 para poder ‘abaixar’ dois números seguidos e que é possível resolver da direita para esquerda. Além disso, percebi a importância de utilizar as classes e as ordens para a explicação da operação.

Portanto, essa atividade das operações básicas foi muito importante, pois me fez refletir sobre os métodos e entender melhor na hora de trabalhar com os alunos. Adorei!

Fonte: escrita reflexiva de L1.

Com essa reflexão, L1 pode, em sua futura prática docente, identificar peculiaridades de sua turma e de seus alunos e talvez poderá planejar e organizar as sequências de suas aulas conseguindo reconhecer alternativas e possíveis avanços, bem como as tarefas a serem realizadas e quais conteúdos abordar levando em consideração o contexto dos seus alunos com relação à série e idade, dentre diversos outros fatores, e ao ter tido a atitude de refletir sobre isso indica aspectos do Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes. (Lauteschlager & Ribeiro, 2017; Cury & Bisognin, 2017).

## 5. Conclusões

A intenção ao escrever esse artigo foi o de apresentar resultados de uma investigação desenvolvida em torno da temática da escrita reflexiva e que teve como um de seus objetivos identificar Conhecimentos Matemáticos para o Ensino evidenciados em escritas reflexivas de futuros professores de Matemática.

Por meio de uma análise das escritas reflexivas e tendo como referência os pressupostos teóricos de Ball, Thames e Phelps (2008) a respeito de Conhecimentos Matemáticos para o Ensino, de um modo geral, é possível dizer que:

- o Conhecimento Comum do Conteúdo não foi identificado nas escritas reflexivas de todos os licenciandos;
- o Conhecimento Especializado do Conteúdo foi identificado para os três futuros professores;
- o Conhecimento do Conteúdo e do Ensino também foi identificado para todos os licenciandos;
- o Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes não foi identificado nas escritas reflexivas de todos os licenciandos.

Ainda em relação aos Conhecimentos Matemáticos para o Ensino, considerando as escritas reflexivas aqui apresentadas, foi possível construir um inventário de ações presentes nas escritas reflexivas dos licenciandos que oportunizou a identificação desses Conhecimentos.

**Quadro 20** – Inventário sobre os Conhecimentos Matemáticos para o Ensino.

<b>Conhecimentos Matemáticos para o Ensino</b>	<b>Ação presente na escrita reflexiva do licenciando que oportunizou a identificação do CME</b>
Conhecimento Comum do Conteúdo	<ul style="list-style-type: none"><li>• Indicou realizar cálculos de maneira mecânica e rotineira.</li><li>• Indicou não conhecer os termos subtraendo e minuendo presentes no algoritmo da subtração.</li></ul>
Conhecimento Especializado do Conteúdo	<ul style="list-style-type: none"><li>• Demonstrou justificar passos de um algoritmo com compreensão de maneiras distintas de explorá-lo.</li></ul>
Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes	<ul style="list-style-type: none"><li>• Reconheceu as peculiares do algoritmo e identificou pontos do processo em que os alunos possam encarar alguma dificuldade.</li><li>• Apresentou uma característica dos processos envolvidos no algoritmo que pode ser complexa, se relacionada com a potencial maturidade dos alunos de 6º ano, quanto ao conteúdo dado.</li></ul>
Conhecimento do Conteúdo e do Ensino	<ul style="list-style-type: none"><li>• Reconheceu maneiras/exemplos de abordar tópicos específicos do conteúdo.</li><li>• Indicou diferentes maneiras de abordar uma mesma operação aritmética.</li><li>• Demonstrou preocupação em como apresentar aos alunos o algoritmo e/ou as ideias envolvidas nas operações.</li><li>• Identificou uma possível complexidade dos algoritmos e apresenta uma outra maneira/ordem adequada de apresentá-los aos alunos.</li></ul>

Fonte: adaptado de Santos (2020).

É importante ressaltar que as análises apresentadas neste trabalho refletem um olhar a partir de um referencial teórico adotado. Tendo isso em consideração, acredita-se que outras investigações podem ser realizadas acerca dessas temáticas “Escritas reflexivas” e “Conhecimentos Matemáticos para o Ensino”.

## Referências

- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59 (5), 389-407.
- Cury, H. N., & Bisognin, E. (2017). Conhecimento matemático para o ensino: um estudo com professores em formação inicial e continuada. *Revista Thema*, 14 (3), 241-249.
- Fioravante, A. P. G. (2014). *Escrita reflexiva na formação inicial de professores: vivências no curso de pedagogia da FURG*. (Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, Brasil).
- Galiazzi, M. C., & Lindenmann, R. H. (2003). O diário de estágio: da reflexão pela escrita para a aprendizagem sobre ser professor. *Olhar de professor*, 6 (001), 135-150.
- Gardin, F. S., & Santos, E. R. (2021). Uma análise de escritas reflexivas de licenciandos em Matemática. *Revista Insignare Scientia*, 4 (6), 1-16.
- Lauteschlager, E., & Ribeiro, A. J. (2017). Formação de professores de matemática e o ensino de polinômios. *Educação Matemática Pesquisa*, 19 (2), 237-263.
- Marcelo, C. (2009). Desenvolvimento Profissional Docente: passado e futuro. *Sísifo: Revista de Ciências da Educação*, 8, 7-22.
- Oliveira, G. S., & Teixeira, B. R. (2021). Potencialidades para a escrita reflexiva de futuros professores de Matemática em um roteiro de elaboração de Relatório de Estágio de Observação. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 10, 235-258.
- Pazuch, V., & Ribeiro, A. J. (2017). Conhecimento profissional de professores de matemática e o conceito de função: uma revisão de literatura. *Educação Matemática Pesquisa*, 19 (1), 465-496.
- Ponte, J. P. da. (2019). Da formação ao desenvolvimento profissional. 1998. In: *Actas do ProfMat 98*, 27-44).
- Pontes, R. A. F. (2011). Os registros reflexivos como prática de autoria pedagógica. In: Anais V Colóquio Internacional “Educação e Contemporaneidade” – V EDUCON, São Cristóvão, SE.
- Ribeiro, A. J. (2012). Equação e Conhecimento Matemático para o Ensino: relações e potencialidade para a Educação Matemática. *Bolema*, 26 (42), 535-557.
- Rivera, R. (2017). The reflective writing continuum: Re-conceptualizing Hatton & Smith’s types of reflective writing. *International Journal of Research Studies in Education*, 6 (2), 49-67.
- Rodrigues, A. L., & Teixeira, B. R. (2021). Conhecimento especializado do professor de Matemática revelado na escrita reflexiva de futuros professores decorrente de simulações de aulas. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática (REnCiMa)*, 12 (3), 1-26.
- Santos, E., & Buriasco, R. L. C. (2015). Análise da produção escrita em Matemática como uma estratégia de ensino: algumas considerações. *Educação Matemática Pesquisa*, 17 (1), 119-136.
- Santos, E., & Buriasco, R. L. C. (2016). A análise da produção escrita em matemática como estratégia de avaliação: aspectos de uma caracterização a partir dos trabalhos do GEPEMA. *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 9 (2), 233-247.
- Santos, A. H. (2020). *Um estudo de escritas reflexivas de futuros professores de Matemática*. (Dissertação de mestrado, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, PR, Brasil).
- Soares, N. M. S., Gardin, F. S., & Santos, E. R. (2020). A escrita reflexiva na formação de professores de Matemática. *South American Journal of Basic Education, Technical and Technological*, 7 (2), 950-958.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15 (4), 4-14.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and Teaching Foundations of the New Reform, a *Harvard Educational Review*, 57 (1), 1-22, 1987.