

Metodologia de baixo custo para determinação do módulo de elasticidade a flexão estática de vigas de angelim pedra (*Hymenolobium petraeum*)

Low cost methodology to determine the modulus of elasticity by static flexion of beams of angelim pedra (*Hymenolobium petraeum*)

Metodologia de bajo costo para la determinación del módulo de elasticidad por médio de la flexión estática de vigas de angelim pedra (*Hymenolobium petraeum*)

Recebido: 07/07/2022 | Revisado: 22/07/2022 | Aceito: 24/07/2022 | Publicado: 01/08/2022

Pedro Manoel Lima Gustavo Sousa

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7057-8383>

Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão, Brasil

E-mail: pedrosousa.2017081563@uemasul.edu.br

Jardylene Almeida Costa

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9226-596X>

Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão, Brasil

E-mail: jardylenecosta.201763027@uemasul.edu.br

Lucas Carvalho Silva

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3614-4818>

Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão, Brasil

E-mail: lucassilva.201763134@uemasul.edu.br

Carlos Henrique Carneiro Castro

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0454-6284>

Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão, Brasil

E-mail: carloscastro.201763143@uemasul.edu.br

Vitor de Sousa Machado

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2482-0420>

Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão, Brasil

E-mail: vitormachado.2017082749@uemasul.edu.br

Francisco Raphael Lima Duarte

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1175-1881>

Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão, Brasil

E-mail: franciscoduarte.201762988@uemasul.edu.br

João Miguel Santos Dias

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8030-739X>

Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão, Brasil

E-mail: joao.dias@uemasul.edu.br

Resumo

Este trabalho tem como objetivo determinar o MOE através do PTV, utilizando valores de deflexão de peças fletidas de madeira de angelim pedra (*Hymenolobium petraeum*) obtidas experimentalmente por intermédio de uma metodologia de baixo custo. Para a determinação do MOE da peça de madeira, recorreu-se a um estabelecimento comercial da cidade de Açailândia – MA, no qual foram obtidas três peças de madeira de angelim pedra. Foram utilizadas 3 peças de madeira com comprimento igual a 5500 mm e seções transversais comerciais iguais a (60,0 x 43,0) mm² e (55,0 x 40,0) mm², as quais foram submetidas à flexão em três pontos em um aparato experimental com vão igual a 4500 mm. Para provocar deflexões nas peças, foram aplicadas cargas pontuais de 20 kgf, 40 kgf, 60 kgf, no meio do vão da viga. Com os valores de deslocamento obtidos experimentalmente, recorreu-se ao PTV para se obter o MOE. Os valores de MOE encontrados variaram entre 13039,13 MPa e 13505,28 MPa, sendo que o valor médio foi de 13225,01 MPa. O Coeficiente de Variação de todos os resultados obtidos para o MOE do angelim pedra foi de 1,36%, para proporcionar um melhor respaldo foi feita análises comparativas entre o MOE encontrado e os MOE retirados da bibliografia. Por fim, a metodologia aplicada na madeira de espécie *Hymenolobium petraeum*, apresentou resultados satisfatórios para o módulo de elasticidade a flexão estática.

Palavras-chave: Módulo de elasticidade; Princípio dos trabalhos virtuais; Madeira; Angelim pedra; Flexão.

Abstract

The aim of this paper is to determine the Modulus of Elasticity (MOE) by using the Principle of Virtual Work and deflection values obtained experimentally from a beam made of angelim pedra (*Hymenolobium petraeum*) timber, through a low-cost methodology. Three timber beams used to determine MOE were obtained in Açailândia – MA

commerce, with cross-sections of (60,0 x 43,0) mm² and (55,0 x 40,0) mm² and equal lengths of 5500 mm. Three point timber beams with free span of 4500 mm were loaded with 20 kgf, 40 kgf and 60 kgf. MOE values varied between 13039,13 MPa and 13505,28 MPa, with mean value and coefficient of variation equal to 13225,01 MPa and 1,36%, respectively. To give a greater support to the comparative analysis, experimental MOEs were compared with literature review. Finally, the methodology applied on the timber of the species *Hymenolobium petraeum*, presented satisfactory results to the Modulus of Elasticity by static flexion.

Keywords: Modulus of elasticity; Principle of virtual work; Timber; Angelim pedra; Bending.

Resumen

Este trabajo tiene como objetivo determinar el MOE mediante el PTV, utilizando valores de deflexión de piezas dobladas de madera de angelim pedra (*Hymenolobium petraeum*) obtenido experimentalmente por intermédio de una metodología de bajo costo. Para la determinación del MOE de la pieza de madera, fue necessário recurrir a un establecimiento comercial en la ciudad de Açailândia - MA, en la qual fueron obtenidos tres piezas de angelim pedra (*Hymenolobium petraeum*). Fueron utilizados 3 piezas de madera con longitud igual a 5500 mm y secciones transversales comerciales igual a (60,0 x 43,0) mm² y (55,0 x 40,0) mm², al que fueron sometidos a flexión en três pontos en un aparato experimental con una brecha igual a 4500 mm. Para provocar deflexiones en las piezas, fueron aplicadas cargas puntuales de 20 kgf, 40 kgf, 60 kgf, en el centro de la brecha de la viga. Con los valores de desplazamiento obtenidos experimentalmente, fue necessário recurrir al PTV para se obtener el MOE. Los valores de MOE encontrados oscilaron entre 13039,13 MPa y 13505,28 MPa, siendo que el valor médio fue de 13225,01 MPa. El Coeficiente de variación de todos los resultados obtenidos para el MOE del angelim pedra fue de 1,36%, para proveer un apoyo mejor fue hecho análisis comparativas entre el MOE encontrado y el MOE retirado de la bibliografía. Por fin, la metodología aplicada en la madera de espécie *Hymenolobium petraeum*, presentó resultados satisfatórios para el módulo de elasticidad a flexión estática.

Palabras clave: Módulo de elasticidad; Principio de trabajos virtuales; Madera; Angelim pedra; Flexión.

1. Introdução

A madeira é um material sustentável com utilidade em diversas áreas da economia no Brasil e no mundo, pois trata-se de uma matéria-prima de origem renovável. Caracterizada como agente redutor do efeito estufa por causa do consumo de gases tóxicos no processo de fotossíntese, seu uso permanente consequentemente reduz a emissão de carbono na atmosfera. O ato de conhecer o comportamento da madeira é de vital importância para assegurar qualidade ao produto final, resultado da otimização da matéria-prima que deve conter propriedades para usos diversos para operações de usinagem, além de beneficiar fatores econômicos (Amorim *et al.*, 2021; Andrade *et al.*, 2022; Possa *et al.*, 2022; Santos, *et al.*, 2020).

A madeira é considerada um dos materiais estruturais mais antigos e também com maior disponibilidade na natureza (Lepage, *et al.*, 2017), sendo adequado na utilização da construção civil, por apresentar facilidade de manuseio e disponibilidade de mão de obra (Gomes, *et al.*, 2020). Considerando a sua relação peso próprio resistência mecânica (Christoforo *et al.*, 2013), sobretudo no que concerne à flexão, a madeira é um material apropriado para elementos estruturais tais como vigas (Martins, 2010).

O correto dimensionamento de estruturas de madeira depende – impreterivelmente – do conhecimento das propriedades físicas e mecânicas do material, permitindo sua vasta aplicação em grandes obras de engenharia, desde pavilhões a pontes (Segundinho *et al.*, 2018). Desta forma, de acordo com Pfeil e Pfeil (2021), os ensaios realizados em corpos de provas (CPs) fornecem dados essenciais para a especificação do material, tais como valores médios e característicos das propriedades mecânicas.

Segundo a norma ABNT NBR 7190-3 (2022) – Projeto de estruturas de madeira – Parte 3: Métodos de ensaio para corpos de prova isentos de defeitos para madeiras de florestas nativas, os ensaios para determinação das propriedades mecânicas de resistência e de rigidez à flexão requerem que sejam aplicados em CPs com dimensões (5,0 x 5,0 x 115,0) cm³. Assim, para algumas espécies de madeira, apresentam a necessidade de aplicação de cargas elevadas, de forma a se obter os valores de carregamento e deflexão que permitem o cálculo da resistência à flexão (MOR, do inglês: *modulus of rupture*) e o módulo de elasticidade à flexão estática (MOE, do inglês: *modulus of elasticity*). Esse carregamento elevado implica, necessariamente, em equipamentos cujo custo é elevado e, consequentemente, não são acessíveis para todas as empresas ou instituições.

No mercado madeireiro da cidade de Açailândia – MA, é comum encontrar-se peças estruturais de angelim pedra (*Hymenolobium petraeum*). Portanto, para um CP desta espécie, com as dimensões conforme supracitadas, para um teor de umidade de 12% e considerando as propriedades para esta espécie de madeira, conforme o Instituto de Pesquisas Tecnológicas [IPT] (2022), os carregamentos necessários para se obter o MOE são 433,73 daN e 86,75 daN, respectivamente para 50% e 10% do carregamento máximo. Conseqüentemente, é possível verificar que o carregamento só poderá ser realizado com equipamentos passíveis de aplicação de cargas elevadas.

Zangiácomo, et al. (2013) verificaram, para a madeira de *Pinus elliottii*, que a relação mínima entre o comprimento do vão da viga e a altura da seção transversal (L/h), deverá ser superior ou igual a 15, para que a equação do cálculo do MOE possa ser aplicável, devido à influência do esforço cortante ser desprezável. Outra pesquisa realizada sobre essa razão, foi feita por Segundinho et al. (2018) onde referem que, para a madeira de cedro-australiano, a relação L/h pode ser melhorada para o valor 20.

Quanto maior for esta relação, menor será o carregamento que provocará a ruptura, uma vez que o momento fletor é proporcional ao aumento de L . Conseqüentemente, pequenos incrementos de carregamento em CPs que apresentam valores elevados de L/h , provocaram deflexões que poderão ser aferidas in situ com equipamentos e instrumentos mais baratos e, paralelamente a isso, é possível recorrer a formulações teóricas para a constatação da consistência dos resultados obtidos. Desta forma, a metodologia para a determinação das propriedades mecânicas da madeira tornar-se-á acessível para as empresas do setor madeireiro, construção e instituições de pesquisa que desenvolvem trabalhos no âmbito da avaliação das propriedades mecânicas da madeira.

Na ausência de equipamentos sofisticados para aferir os deslocamentos no ponto central dos corpos de prova foi necessário recorrer à instrumentos de mediação de distâncias, como exemplo as trenas metálicas. E confirmar as leituras através das teorias advindas da resistência dos materiais, sendo que, das teorias disponíveis destaque-se o Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV), pois é um dos métodos utilizado para determinar o deslocamento em qualquer ponto de uma estrutura sujeita a qualquer carregamento. À vista disso, o PTV se baseia na aplicação de uma força externa unitária virtual no ponto onde se deseja obter o deslocamento (Hibbeler, 2010), sendo este calculado através da Equação 1:

$$\delta = \int_l \frac{M \cdot M_v \cdot dl}{EI} + \int_l \frac{C \cdot V \cdot V_v \cdot dl}{GI} + \int_l \frac{N \cdot N_v \cdot dl}{AE} \quad (\text{Equação 1})$$

Onde:

δ é o deslocamento (m);

M é o momento real (N.m);

V é a cortante real (N);

N é a normal real (N);

M_v é o momento virtual (N.m);

V_v é a cortante virtual (N);

N_v é a normal virtual (N);

E é o módulo de elasticidade do material ou MOE (N/m²);

I é o momento de inércia da área da seção transversal da estrutural (m⁴)

dl é a variação no comprimento do trecho da estrutura analisada (m);

G é o módulo de elasticidade transversal (N/m²);

A é a área da seção transversal (m²).

Por conseguinte, este trabalho tem como objetivo determinar o MOE através do PTV, utilizando valores de deflexão de peças fletidas de madeira de angelim pedra (*Hymenolobium petraeum*) obtidas experimentalmente por intermédio de uma metodologia de baixo custo.

2. Metodologia

Para a determinação do MOE da peça de madeira, recorreu-se a um estabelecimento comercial da cidade de Açailândia – MA, no qual foram obtidas três peças de madeira de angelim pedra (*Hymenolobium petraeum*). As peças estavam isentas de defeitos de crescimento e de secagem, não tendo sofrido nenhum beneficiamento ou corte. A Tabela 1 apresenta as dimensões dos três CPs obtidos e utilizados neste trabalho.

Tabela 1 - Dimensões comerciais dos CPs.

Corpo de prova	Comprimento	Seção (cm ²)	Relação L/h
	(cm)	Base (b) x altura (h)	
CP 1	550,0	6,0 x 4,3	104,7
CP 2	550,0	5,5 x 4,0	112,5
CP 3	550,0	5,5 x 4,0	112,5

(b) é a base da seção transversal em centímetros; (h) é a altura da seção transversal em centímetros e (L) o comprimento do vão igual a 450,0 cm. Fonte: Autores (2022).

Para se obter dados exatos, recorreu-se ao uso de uma balança da marca Gama Italy, modelo Fit Care JVDC, para medir as massas dos CPs, sendo que as dimensões foram aferidas através de uma trena metálica. Consequentemente, obteve-se a densidade aparente dos CPs (Equação 2)), que foi utilizada no cálculo da carga C através da (Equação 3) (Young & Freedman, 2016). **A Erro! Fonte de referência não encontrada.** é utilizada para determinar o valor da carga distribuída C .

Para se obter dados exatos, recorreu-se ao uso de uma balança da marca Gama Italy, modelo Fit Care JVDC, para medir as massas dos CPs, sendo que as dimensões foram aferidas através de uma trena metálica. Consequentemente, obteve-se a densidade aparente dos CPs (Equação 2)), que foi utilizada no cálculo da carga C através da (Equação 3) (Young & Freedman, 2016). **A Erro! Fonte de referência não encontrada.** é utilizada para determinar o valor da carga distribuída C .

$$\rho_{ap} = \frac{m}{V} \quad \text{(Equação 2)}$$

$$C = \rho_{ap} \cdot A \cdot g \quad \text{(Equação 3)}$$

Onde:

ρ é a massa específica aparente do corpo (kg/m³);

m é a massa do material (kg);

V é o volume ocupado pelo material (m³);

A é a área da seção (m²);

g é a aceleração da gravidade (m/s²).

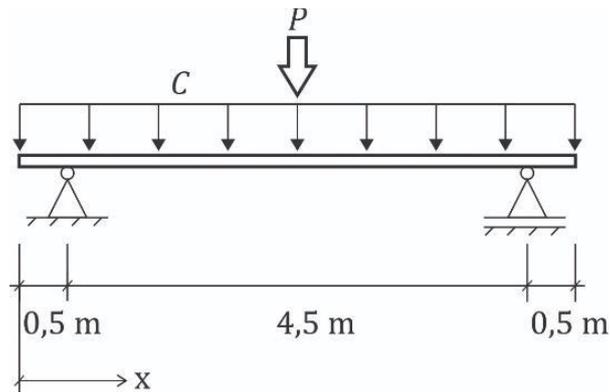
A Figura 1 apresenta a idealização estrutural do ensaio no qual a viga está sujeita à carga P concentrada e crescente, além do seu peso próprio (carregamento C). O aparato de ensaio da flexão em três pontos era formado por dois apoios de madeira de *Corymbia citriodora*, nos quais foram introduzidos CPs de concreto, conforme esquematizado na Fonte: Autores (2022).

Figura 2 e Fonte: Autores (2022).

Figura 3. A medição das deflexões foi realizada com o auxílio de uma trena metálica e uma linha de nylon colocada na superfície superior dos CPs de concreto.

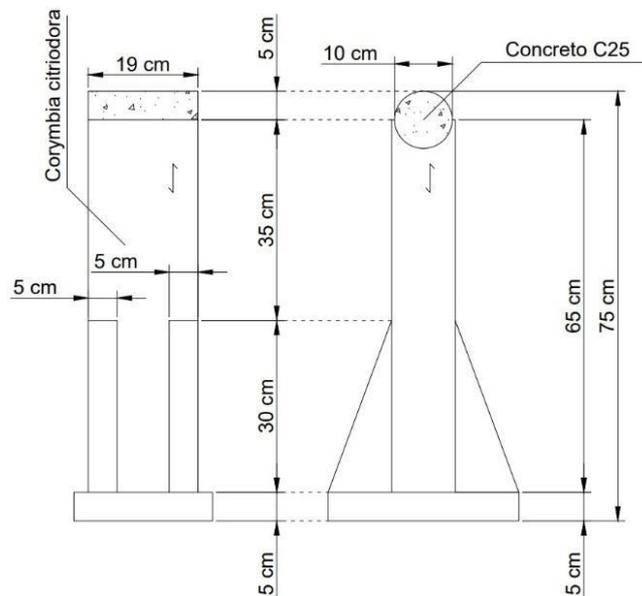
O carregamento na viga foi aplicado através da inserção de pesos de academia em um suporte metálico composto por barras nervuradas de aço para concreto com diâmetro de 16 mm e cabo de aço de 6,35 mm de diâmetro. Para favorecer a estabilidade dos suportes metálicos compostos pelas barras nervuradas, foram utilizados grampos para fixação às mesas e barras de aço rosqueadas emendadas. Foram aplicadas cargas pontuais de 20 kgf, 40 kgf, 60 kgf, no meio do vão da viga, conforme a Figura 1 de forma a obter-se a deflexão (deslocamentos verticais) no ponto intermédio.

Figura 1 - Idealização estrutural da viga ensaiada.



Fonte: Autores (2022).

Figura 2 - Detalhe do apoio utilizado no aparato de ensaio.



Fonte: Autores (2022).

Figura 3 - Aparato de ensaio.



Fonte: Autores (2022).

Com os valores de deslocamento obtidos experimentalmente, recorreu-se ao PTV para se obter o MOE. Desta forma, foram deduzidas as equações do diagrama de momento fletor, considerando a idealização estrutural presente na Figura 1 para cada trecho de carregamento da viga (Equações de(Equação 4) a

(Equação 7)). As reações verticais nos apoios A e B tomam valores em função do carregamento atuante na viga (cargas C e P), sendo que os seus valores poderão ser calculados por intermédio da (Equação 8).

$$M(x) = \begin{cases} -C \frac{x^2}{2}; & \text{para } 0 \text{ m} \leq x \leq 0,5 \text{ m} & \text{(Equação 4)} \\ C \left(-\frac{x^2}{2} + \frac{11x}{4} - \frac{11}{8} \right) + P \left(\frac{x}{2} - \frac{1}{4} \right); & \text{para } 0,5 \text{ m} \leq x \leq 2,75 \text{ m} & \text{(Equação 5)} \\ C \left(-\frac{x^2}{2} + \frac{11x}{4} - \frac{11}{8} \right) + P \left(\frac{5-x}{2} \right); & \text{para } 2,75 \text{ m} \leq x \leq 5 \text{ m} & \text{(Equação 6)} \\ -C \frac{(5,5-x)^2}{2}; & \text{para } 5 \text{ m} \leq x \leq 5,5 \text{ m} & \text{(Equação 7)} \end{cases}$$

$$R = \frac{C \cdot 5,5 + P}{2} \quad \text{(Equação 8)}$$

Onde:

M é o momento real da viga (N.m);

C é o peso próprio da viga (N/m);

R é a reação vertical dos apoios A ou B (N);

P é a carga aplicada (N);

x é a distância longitudinal, no sentido da esquerda para a direita (m).

Para o cálculo do deslocamento vertical, referente à idealização estrutural presente na Figura 1, provocado pelo carregamento atuante (cargas C e P), é ainda necessário que se considere um diagrama de momento fletor virtual. Para a obtenção desse diagrama de momento fletor, procede-se à substituição de P por uma carga unitária, sendo que o carregamento C é considerado nulo. Desta forma, procede-se à construção das expressões numéricas que permitem obter o momento fletor virtual da estrutura (Equação 9 a (Equação 12).

$$M_v(x) = \begin{cases} 0; & \text{para } 0 \text{ m} \leq x \leq 0,5 \text{ m} & \text{(Equação 9)} \\ \left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\right); & \text{para } 0,5 \text{ m} \leq x \leq 2,75 \text{ m} & \text{(Equação 10)} \\ \left(\frac{5}{2} - \frac{1}{2}x\right); & \text{para } 2,75 \text{ m} \leq x \leq 5 \text{ m} & \text{(Equação 11)} \\ 0; & \text{para } 5 \text{ m} \leq x \leq 5,5 \text{ m} & \text{(Equação 12)} \end{cases}$$

Onde:

M_v é o momento virtual da estrutura (N.m);

x , sendo a distância longitudinal, no sentido da esquerda para a direita (m).

Substituindo as Equações de

(Equação 7 a (Equação 12 na (Equação 1, considerando o momento de inércia em relação ao eixo principal de inércia perpendicular à direção do carregamento, o MOE do material e a deflexão da viga. Neste trabalho, optou-se por dispor a seção transversal de forma a se obter o menor momento de inércia na direção perpendicular à direção do carregamento, uma vez que se dispunha de poucos pesos. Além disso, pretender-se-ia evitar a instabilidade lateral da viga, conforme preconizado no item 6.5.6 da norma ABNT NBR 7190-1 (2022) – *Projeto de estruturas de madeira – Parte 1: Critérios de dimensionamento*.

Uma vez que a viga é horizontal e a relação L/h é superior a 15 (Zangiácomo, Christoforo & Lahr, 2013), as parcelas referentes aos esforços normal e cortante podem ser consideradas nulas. Consequentemente, a Equação 1 pode ser simplificada, originando a (Equação 13. Para se obter o MOE, substitui-se o valor da deflexão obtida experimentalmente para cada carregamento, recorrendo à (Equação 14.

$$\delta_v = \frac{1}{EI} \int_0^{5,5} M(x) \cdot M_v(x) dx = \frac{1}{EI} (5,022949219 \cdot C + 1,8984375 \cdot P) \quad \text{(Equação 13)}$$

$$E = \frac{1}{\delta_v \cdot I} (5,022949219 \cdot C + 1,8984375 \cdot P) \quad \text{(Equação 14)}$$

Onde:

δ_v é o deslocamento vertical (m);

M é o momento real (N.m);

M_v é o momento virtual (N.m);

E é o módulo de elasticidade do material ou MOE (N/m²);

I é o momento de inércia da área da seção transversal da estrutural (m⁴);

dx é a variação no comprimento do trecho da estrutura analisada (m).

3. Resultados e Discussão

A

Tabela 2 apresenta os resultados referentes à densidade aparente dos CPs, utilizada para quantificação da carga C (peso linear), através da (Equação 3. O Coeficiente de Variação obtido para a densidade aparente foi de 0,6%. Atendendo ao fato de o Coeficiente de Variação ser reduzido, é possível afirmar que estamos perante um lote de madeira com densidade aparente pouco variável, sendo, portanto, homogênea. Desta forma, considera-se que os três CPs são compostos pela mesma espécie de madeira.

Tabela 2 – Resultados da densidade aparente e peso linear dos CPs.

Dados	CP1 (6,0 x 4,3)	CP2 (5,5 x 4,0)	CP3 (5,5 x 4,0)
Densidade aparente (kgf/m ³)	849	861	858
Peso linear - C (kN/m)	21,49	18,58	18,52

Legenda: C é o peso linear do CP (kN/m). Fonte: Autores (2022).

Segundo Alves, et al., (2016), o angelim pedra (*Hymenolobium petraeum*) possui o valor de densidade aparente de 761 kg/m³ a 12% de umidade, sendo ela classificada como madeira de alta densidade. A ABNT NBR 7190- 3 (2022) apresenta um valor de densidade aparente para a mesma madeira de 694 kg/m³ a 12% de umidade, sendo tal diferença de dados obtidos podendo estar relacionado com o ponto de extração da arvore, já que a madeira juvenil geralmente apresenta densidade menor que a madeira adulta (Oliveira, et al., 2006).

A Tabela 3 apresenta as deflexões obtidas para cada carregamento que, posteriormente, através da Equação 12, foi possível determinar os MOE para os CPs 1, 2 e 3. A Tabela 3 também apresenta os valores referentes às médias do MOE, os Desvios-Padrão e os Coeficientes de Variação para cada CP. O CP1, o MOE médio foi de 13474,17 MPa, apresentando um desvio padrão de 23,44 e um coeficiente de variação de 0,17%. O CP2 apresentou o MOE médio foi de 13066,55 MPa, com um desvio padrão de 28,33 e um coeficiente de variação de 0,22%, já o CP3 o MOE médio foi de 13134,32 MPa, com um desvio padrão de 22,10 e um coeficiente de variação de 0,17%. Os valores de MOE variaram entre 13039,13 MPa e 13505,28 MPa, sendo que o valor médio foi de 13225,01 MPa.

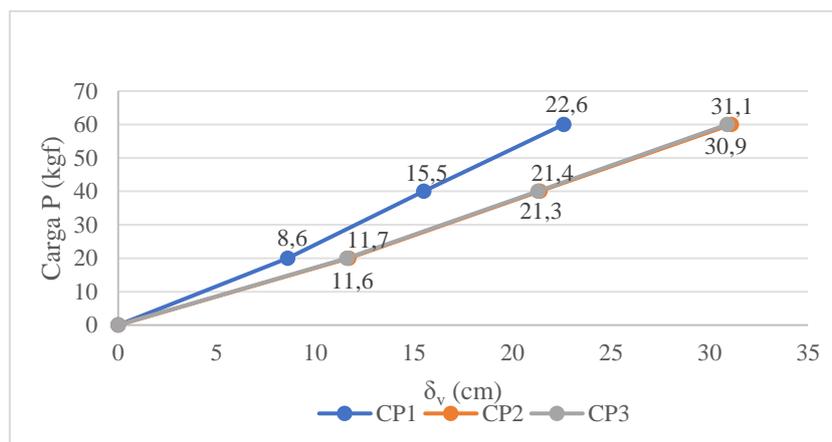
Tabela 3 – Resultados experimentais das deflexões e valores de MOE calculados.

Carga (kgf)	CP1		CP2		CP3	
	δ_v (cm)	MOE (MPa)	δ_v (cm)	MOE (MPa)	δ_v (cm)	MOE (MPa)
20	9,0	13448,69	12,1	13105,56	12,1	13105,56
40	15,9	13505,28	21,9	13039,13	21,7	13159,30
60	22,9	13468,55	31,6	13054,95	31,4	13138,10
Média		13474,17		13066,55		13134,32
DP		23,44		28,33		22,10
CV		0,17%		0,22%		0,17%

Legenda: δ_v é o deslocamento vertical do CP (cm); DP é o desvio padrão (adimensional); CV é o coeficiente de variação (%).
 Fonte: Autores (2022).

Através dos dados adquiridos foram realizadas relações entre as cargas aplicadas nos CP1, CP2 e CP3 e seus respectivos deslocamentos, conforme é observado na Figura 4.

Figura 4 - Carga x Deslocamento.

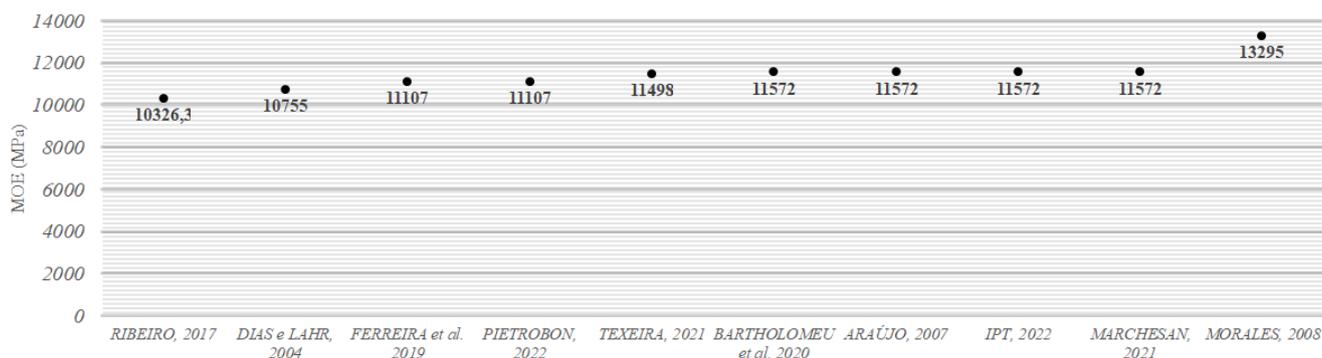


Fonte: Autores (2022).

O Coeficiente de Variação variou entre 0,17% e 0,22%, sendo estes valores considerados reduzidos, tendo em consideração a variabilidade das propriedades mecânicas da madeira. Uma explicação para estes valores de Coeficiente de Variação reduzidos poderá residir no fato do carregamento produzir deflexões elásticas, havendo, portanto, proporcionalidade e pequenos deslocamentos em função do carregamento. Já o Coeficiente de Variação de todos os resultados obtidos para o MOE do angelim pedra foi de 1,36%, sendo este valor igualmente reduzido. Desta forma, os resultados apresentam uma precisão que poderá ser considerada como representativa da amostra analisada. Assim sendo, é possível afirmar que a madeira de angelim pedra analisada possui um MOE médio de 13225,01 MPa.

No Figura 5 estão apresentados os resultados de MOE de angelim pedra encontrados na bibliografia, com valor médio de 11437,63 MPa, sendo o valor médio encontrado para o lote de madeira analisado neste trabalho de 13225,01 MPa. Observa-se que houve divergências entre o valor encontrado experimentalmente nesse artigo com os valores de outros autores: Ribeiro (2017), Dias e Lahr (2004), Ferreira, et al., (2019), Pietrobon (2022), Teixeira (2021), Bartholomeu, et al., (2020), Araújo (2007), IPT (2022), Marchesan *et al.* (2021) e Morales (2008). Sendo que o valor de MOE encontrado por Morales (2008) estabeleceu maior proximidade ao valor de MOE obtido neste trabalho.

Figura 5 - Valores de MOE retirados da bibliografia.



Fonte: Autores (2022).

Ao comparar os valores de MOE calculado com os da bibliografia, a diferença máxima foi de 21,918% e a mínima foi de 0,529%, sendo as pesquisas realizadas por Ribeiro (2017) e Morales (2008), respectivamente. As possíveis diferenças podem estar relacionadas com o teor de umidade, condições de crescimento das árvores e local de extração do tronco da árvore. Segundo Oliveira, et al., (2010) e Oliveira *et al.* (2006), variações dimensionais podem ocorrer quando a peça de madeira perde ou ganha

umidade abaixo do PSF (Ponto de Saturação das Fibras), causando contração ou expansão da madeira, resultando na reaproximação ou afastamento das microfibrilas, que pode dar origem a uma variação dimensional na peça como um todo.

O teor de umidade não foi aferido por métodos tradicionais, pois medidores de umidade calibrados e confiáveis são caros, métodos de determinação gravimétrica (como estufas e balanças de precisão), xilohigrômetros capacitivos e resistivos são equipamentos que requerem alto custo de investimento.

Conforme Silva, et al., (2019) o teor de umidade média do ar na cidade de Açailândia-MA entre os dias 22 e 30 de agosto de 2019 era de 64,98% possuindo uma classe de umidade 1, classificação essa indicada pela ABNT NBR 7190-1 (2022). Conforme isso, e sabendo que os ensaios e a aquisição da madeira decorreram ao longo dos primeiros dias de setembro, e que a madeira estava protegida de intempéries, infere-se a adoção da umidade encontrada por Silva *et al* (2019).

O parâmetro umidade de equilíbrio, se considerado pela metodologia aplicada nesta pesquisa, provocaria uma maior exatidão nos valores de MOE determinados através do PTV, pois a madeira nesse estado (12% de umidade) apresenta seus melhores desempenhos e sua melhor aplicabilidade (Baraúna *et al.*, 2022).

As diferenças encontradas poderão ser explicadas pelo escorregamento entre a viga e o apoio de concreto. Por outro lado, a forma de aplicação da carga também poderá influenciar na variação dos resultados, uma vez que, a norma EN 408 (2010) refere que a força P deve ser aplicada com uma velocidade monotônica, de forma que a força máxima seja alcançada entre 120 e 300 segundos. Nos ensaios realizados, não foi verificada a ruptura dos CPs, uma vez que o tempo de ruptura não foi aferido.

Segundo a norma ABNT NBR 7190-1 (2022), para resistências mecânicas de esforços normais as fibras, admita-se um coeficiente de variação de 18% e para as resistências a esforços ortogonais as fibras o CV é de no máximo 28%. Na metodologia aplicada o valor encontrado de CV para todos os MOE dos CPs foi de 1,36%, sendo bastante inferior ao erro admitido pela norma.

4. Conclusão

Este artigo baseou-se na obtenção do MOE de madeira de angelim pedra através da formulação do PTV e de deflexões obtidas experimentalmente através de uma metodologia de baixo custo de flexão em três pontos. Foi obtido um valor médio de MOE igual a 13225,01 MPa, sendo superior em 15,63% em relação à média dos valores verificados na bibliografia. Além disso, o coeficiente de variação dos CPs de angelim pedra ensaiados não ultrapassou o critério adotado pela ABNT NBR 7190-1 (2022).

Por fim, a metodologia aplicada na madeira de espécie *Hymenolobium petraeum*, apresentou resultados satisfatórios em relação ao seu módulo de elasticidade à flexão estática.

Referências

- Alves, R. C., Smits, M. A., & Carrasco, E.V. M. (2016). *Estimativa da densidade e dureza janka de madeiras tropicais por meio do método de penetração*. Revista Mecânica Experimental. Associação Portuguesa de Análise Experimental de Tensões, 26(1), 71-77. http://www-ext.lnec.pt/APAET/pdf/Rev_26_A9.pdf.
- Amorim, E. P., Barbosa, J. A., Ballarin, A. W., Freitas, M. L. T., Cambuim, J., Moraes, M. L. T., Gonçalves, P. S., & Longui, E. L. (2021). *Caracterização físico-mecânica e usinagem de madeira de 10 progênies clonais de Hevea de 12 anos com potencial para móveis*. Revista Research, Society and Development, 10(17), e72101724239. <http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v10i17.24239>.
- Andrade, A. C. A., Brito, T. R., Silva, J. R. M., Ferreira, S. C., Junior A. A. C., & Lima, J. T. (2022). *Influence of basic wood density on the specific cutting energy*. Revista: Research, Society and Development, 11(7), e13511729674. <http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v11i7.29674>.
- Araújo, H. (2007). *Relações funcionais entre propriedades físicas e mecânicas de madeiras tropicais brasileiras*. Revista Floresta, 37(3), 399- 416. <https://revistas.ufpr.br/floresta/article/download/9937/6830>.
- ABNT NBR 7190, 29 de junho de 2022. Projeto de estruturas de madeira - Parte 1: *Critérios de dimensionamento*. Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Normas Técnicas.
- ABNT NBR 7190, 29 de junho de 2022. Projeto de estruturas de madeira - Parte 3: *Métodos de ensaio para corpos de prova isentos de defeitos para madeiras de florestas nativas*. Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Normas Técnicas.

- Baraúna, E. E. P., Nunes, S. M. V., Nunes, R. F., Dias, T. L., Baldin, T., Arantes, M. D. C., Monteiro, T. C., & Goulart, S. L. (2022). *Umidade de equilíbrio da madeira de Eucalyptus Spp. para município de Montes Claros, Minas Gerais*. Revista: Research, Society and Development, 11(9), e15711931160. <http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v11i9.31160>.
- Bartholomeu, C., Sousa, C., & Brazolin, S. (2020). *De árvore invasora à matéria-prima – pesquisa sobre o potencial de uso da leucena para o design de produtos*. Revista Estudos em Design, 28(2) 155–169. <https://estudosemdesign.emnuvens.com.br/design/article/download/992/435>.
- Christoforo, A. L., Molina, J. C., Panzera, T. H., Almeida, D. H., Ribeiro F., S. L., Scaliante, R. M., & Lahr, F. R. (2013). *Módulo de elasticidade em vigas de madeira de dimensões estruturais pelo método dos mínimos quadrados*. Revista Árvore 37(5), 981-988. 10.1590/S0100-67622013000500020.
- Dias, F., & Lahr, F. (2004). *Estimativa de propriedades de resistência e rigidez da madeira através da densidade aparente*. Revista Scientia Forestalis, 65(1), 102–113. <https://www.ipef.br/publicacoes/scientia/nr65/cap10.pdf>.
- EUROCODE EN 408 (2010). Timber structures. Structural timber and glued laminated timber. Determination of some physical and mechanical properties.
- Ferreira, M., Melo, R., Zaque, L., & Stangelin, D. (2019). *Propriedades físicas e mecânicas da madeira de angelim-pedra submetida a tratamento térmico*. Revista Tecnologia em Metalurgia, Materiais e Mineração, 16(1), 3-7. <https://doi.org/10.4322/2176-1523.20191297>.
- Gomes, L. D., Gomes, J. D., Hackenberg, A. M., & Mello, M. M. C. (2020). *Sistema construtivo de madeira laminada colada (MLC): técnicas e desempenho termoenergético*. Revista Research, Society and Development, 9(1), e191911919. <http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v9i1.1919>.
- Hibbeler, R. C. (2010). *Resistência dos materiais*. Pearson (7ª edição.).
- Instituto de Pesquisas Tecnológicas [IPT]. (2022). *Características gerais: angelim-pedra (Hymenobium petraeum Ducke)*. São Paulo. http://www.ipt.br/informacoes_madeiras/8.htm.
- Lepage, E., Salis, A. G.; & Guedes, E. C. E. R. (2017). *Tecnologia de proteção da madeira*. Montana Química S. A. (1ª. ed.).
- Marchesan, R., Souza, L., Fortes, R., Reinaldo, R., Barros, A., & Santos, A. (2021). *Physical-mechanical characterization of the wood of plathymenia reticulata benth(vineyard-of-field) native species of the cerrado of the state of Tocantins*. Revista Floresta 51(1), 247-254. <http://dx.doi.org/10.5380/ufv.v51i1.68591>.
- Martins, T. F. R. M. (2010). *Dimensionamento de estruturas de madeira: coberturas e pavimento*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Universidade Técnica de Lisboa – IST (151p.). Lisboa/PT. <https://fenix.tecnico.ulisboa.pt/downloadFile/395142227849/Tese>.
- Morales, E. (2008). *Determinação do módulo de elasticidade da madeira: proposta para simplificação de procedimentos metodológicos*. Dissertação (Mestrado em Ciência e Engenharia de Materiais). Ciência e Engenharia de Materiais, Universidade de São Paulo – USP (p. 58.). São Carlos. 10.11606/D.88.2002.tde-23042007-085046
- Oliveira, F. L., Garcia, J. N., & Florsheim, S. M. B. (2006). *Propriedades da madeira de Pinus taeda L. em função da idade e da posição radial na tora*. Revista do Instituto Florestal, 18(1), 59-70. https://smastr16.blob.core.windows.net/inflorestal/infref/RIF18/RIF18_59-70.pdf.
- Oliveira, J. T. S., Tomazello Filho, M., & Fiedler, N. C. (2010). *Avaliação da retratibilidade da madeira de sete espécies de Eucalyptus*. Revista Árvore, 34(5), 929-936. 10.1590/S0100-67622010000500018.
- Pfeil, W., & Pfeil, M. (2021). *Estruturas de madeira*. Editora LTC (6ª Ed. revisada).
- Pietrobon, I. M. (2022). *Estimativa da resistência e da rigidez à compressão paralela às fibras pela dureza e pela densidade aparente de espécies de madeira provenientes de florestas nativas*. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Geotecnia), Programa de pós-graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de São Carlos (p.25.). São Carlos. <https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/15690>.
- Possa, D. C., Petruski, A., Petruski, S. M. F. C., Savaris, G., Jordan, R. A., Azevedo, R. A., Possa, D. C., Padilha, V. H. L., Tomé, K. T., Petruski, M. C., & Torre, A. E. (2022). *Construção e ensaio de pórticos com tirante em madeira laminada colada*. Revista: Research, Society and Development, 11(2), e52711226109. <http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v11i2.26109>.
- Ribeiro, E. S. (2017). *Propriedades tecnológicas de vinte espécies de madeiras tropicais comercializadas pelo estado de Mato Grosso*. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) – Faculdade de Tecnologia, Engenharia Florestal, Universidade de Brasília (p.142.). Brasília. <http://dx.doi.org/10.26512/2017.02.T.23291>.
- Santos, J. O. X., Fernandes, S. C., Freitas, H. S., Barros, R. P., & Barros, L. M. (2020). *Avaliação de propriedades físicas e mecânicas de quatro espécies de madeira amazônica para uso na construção civil*. Revista Research, Society and Development, 9(12), e44891211379. <http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v9i12.11379>.
- Segundinho, P. G. A., Regazzi, A. J., Poletti, F. S., Paula, M. O., Mendonça, A. R., & Golçalves, F. F. (2018). *Varição dos módulos de elasticidade e ruptura em madeira de cedro-australiano por meio de ensaios não destrutivo e destrutivo*. Revista Ciência Florestal, Santa Maria, 28(3), 1163-1178. <http://dx.doi.org/10.5902/1980509833392>.
- Silva, V. P. S., Matos, D. F., Lima, T. J., Moreira, W. M., & Dias, J. M. S. (2019). *Análise do Teor de Umidade de Madeiras Comercializadas na Cidade de Açailândia - MA*. In: Anais da III Semana de Engenharia Civil. Marabá - PA.
- Teixeira, J. (2021). *Propriedades físicas e mecânicas da madeira de Angelim SP obtidas de árvores provenientes de regiões distintas do país*. Tese (Doutorado em Estruturas e Geotecnia) - Programa de pós-graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de São Carlos (p.22.). São Carlos. <https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/14402?show=full>.
- Young, H. D., & Freedman, R. A. (2016). *Física II: termodinâmica e ondas*. Pearson Education (Tradução de D. Vieira.).
- Zangiácomo, A. L., Christoforo, A. L., & Lahr, F. A. R. (2013). *Avaliação do módulo de elasticidade de peças estruturais roliças e de corpos-de-prova de Pinus elliottii*. Scientia Forestalis, 41(2013), 283-291. <http://www.ipef.br/publicacoes/scientia/nr98/cap14.pdf>.