

O estudo de gráfico de funções exponenciais a partir da teoria de Raymond Duval

The study of the graph of exponential functions from the theory of Raymond Duval

El estudio de la gráfica de funciones exponenciales desde la teoría de Raymond Duval

Recebido: 15/08/2022 | Revisado: 24/08/2022 | Aceito: 25/08/2022 | Publicado: 03/09/2022

Renata Gaspar da Costa

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1095-2075>

Universidade Federal do Maranhão, Brasil

E-mail: gaspar.renata@discente.ufma.br

Jéssica Lorrany Parente Ferreira

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2402-689X>

Instituto Federal do Tocantins, Brasil

E-mail: jessica.ferreira3@estudante.ifto.edu.br

Samylla Sousa de Castro Azevêdo

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6955-1842>

Instituto Federal do Tocantins, Brasil

E-mail: samyllasousadecastroazevedo@gmail.com

Maria José Bastos Barbosa

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6932-1935>

Instituto Federal do Tocantins, Brasil

E-mail: maria.jose.pesquisadora@gmail.com

Wellington Rogério de Oliveira

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5302-9788>

Instituto Federal do Tocantins, Brasil

E-mail: wellingtoningles20@gmail.com

Resumo

Baseado na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, esta pesquisa objetiva apresentar um estudo do esboço de curvas de funções exponenciais partindo da abordagem da interpretação global de propriedades figurais. Essa abordagem permite um olhar mais amplo para as curvas de funções se comparado com a abordagem ponto a ponto, uma vez que essa só considera alguns pontos específicos da curva, logo, acabam limitando a interpretação em sua totalidade. A interpretação global de propriedade figurais estabelece correspondências entre as representações algébrica e gráfica, favorecendo a conversão no duplo sentido. Trata-se de uma pesquisa com abordagem qualitativa e natureza bibliográfica. Diante do exposto, concluímos que considerar as propriedades figurais da curva possibilita a visualização dessa como um todo, permitindo que a conversão entre as representações algébricas e gráfica ocorram no duplo sentido. Nota-se também o uso da translação e simetria como recursos permitiu o esboço de curvas mais complexas.

Palavras-chave: Raymond Duval; Teoria dos Registros de Representação Semiótica; Esboço de Curvas; Função Exponencial.

Abstract

Based on the Theory of Registers of Semiotic Representation by Raymond Duval, this research aims to present a study of the sketch of curves of exponential functions starting from the approach of the global interpretation of figural properties. This approach allows a broader look at the function curves compared to the point-to-point approach, since it only considers some specific points of the curve, thus, they end up limiting the interpretation in its entirety. The global interpretation of figural properties establishes correspondences between algebraic and graphic representations, favoring the conversion in the double sense. This is a research with a qualitative approach and bibliographic nature. In view of the above, we conclude that considering the figural properties of the curve makes it possible to visualize it as a whole, allowing the conversion between algebraic and graphical representations to occur in both directions. Note also the use of translation and symmetry as resources allowed the sketch of more complex curves.

Keywords: Raymond Duval; Theory of Semiotic Representation Records; Sketch of Curves; Exponential Function.

Resumen

Con base en la Teoría de los Registros de Representación Semiótica de Raymond Duval, esta investigación tiene como objetivo presentar un estudio del esquema de curvas de funciones exponenciales a partir del enfoque de la interpretación global de las propiedades figurativas. Este enfoque permite una mirada más amplia de las curvas de funciones en comparación con el enfoque punto a punto, ya que solo considera algunos puntos específicos de la curva, por lo que terminan limitando la interpretación en su totalidad. La interpretación global de las propiedades figurativas establece

correspondências entre as representações algébricas e gráficas, favorecendo a conversão em el doble sentido. Se trata de una investigación con enfoque cualitativo y carácter bibliográfico. En vista de lo anterior, concluimos que considerar las propiedades figurativas de la curva permite visualizarla como un todo, permitiendo que la conversión entre representaciones algébricas y gráficas ocurra en ambas direcciones. Nótese también el uso de la traslación y la simetría como recursos que permitieron el esbozo de curvas más complejas.

Palabras clave: Raymond Duval; Teoría de los Registros de Representación Semiótica; Croquis de Curvas; Función Exponencial.

1. Introdução

Raymond Duval é um filósofo e psicólogo francês que desenvolveu a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, uma teoria de aprendizagem, onde o foco encontra-se nas coordenações das unidades significantes de cada registro de um objeto matemático. No caso da Matemática, os objetos precisam ser representados para depois estudá-los, uma vez que esses objetos matemáticos não são palpáveis (Moretti, 2002; Moretti & Thiel, 2012; Lourenço & Oliveira, 2019).

A teoria é descrita por Duval (2018) como uma ferramenta desenhada para analisar a forma de pensar e trabalhar em matemática, independentemente dos conceitos e campos envolvidos (geometria, álgebra, análise...).

Um dos estudos contemplados pela teoria é o esboço de curvas, onde o pesquisador classifica três formas de esboçar curvas: 1) abordagem ponto a ponto; 2) abordagem de extensão do traçado efetuado e 3) abordagem de interpretação global de propriedades figurais.

Dessa forma, esta pesquisa traz um estudo sobre o esboço de curvas exponenciais tendo como aporte teórico a teoria de Duval, contemplando especificamente a abordagem de interpretação global de propriedades figurais.

Neste sentido, dividimos este artigo nos seguintes capítulos:

- O capítulo 2 traz os procedimentos metodológicos, os quais foram baseados na teoria de Duval e nas pesquisas de Silva (2008) e Côrrea e Moretti (2014) que tratam sobre o esboço de curvas de funções exponenciais.
- No capítulo 3 apresentamos brevemente a teoria dos registros de representação semiótica, enfatizando a abordagem de interpretação global de propriedades figurais, este tipo de interpretação é primordial para as representações gráfica e algébrica, pois possibilita a identificação das unidades significantes.
- Para o capítulo 4 apresentamos as unidades significantes encontradas no registro algébrico e no registro gráfico, e ainda estabelecemos correspondências entre essas unidades.
- As considerações finais estão dispostas no capítulo 5.

2. Procedimentos Metodológicos

Do ponto de vista metodológico, essa pesquisa possui abordagem qualitativa, produzida por meio de uma pesquisa bibliográfica. A pesquisa visa realizar um estudo sobre o esboço de curvas de função exponencial a partir do aporte teórico da Teoria de Registro de Representação Semiótica, especificamente, a abordagem de interpretação global de propriedade figurais. Para isso, tomamos como base os estudos produzidos por Duval (2009; 2011; 2012a; 2012b; 2018), a pesquisa de Silva (2008) e Côrrea e Moretti (2014).

Por tanto, na pesquisa bibliográfica foi realizada uma revisão narrativa, uma vez que a escolha dos artigos foi feita de forma arbitrária. Conforme aponta Cordeiro et al. (2007), a revisão narrativa apresenta temática mais aberta, não exigindo um protocolo rígido para sua confecção.

A pesquisa qualitativa é definida como “uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, isto é, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito que não pode ser traduzido em números” (Prodanov & Freitas,

2013, p.70). Para Pereira et al. (2018), a percepção do pesquisador sobre o fenômeno em estudo é importante na pesquisa qualitativa.

Já a pesquisa bibliográfica é realizada com materiais elaborados por terceiros e destinados à públicos específicos, isto é, “são elaboradas principalmente com base em material já publicado, as pesquisas referentes ao pensamento de determinado autor e as que propõem a analisar posições diversas em relação a determinado assunto” (Gil, 2019, p.28). São exemplos de materiais utilizados nesse tipo de pesquisa os livros, artigos de periódicos, ensaios críticos, jornais, cartas, enciclopédias entre outros (Marconi & Lakatos, 2017).

3. A Teoria dos Registros de Representação Semiótica: a abordagem da interpretação global de propriedades figurais

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) foi desenvolvida pelo filósofo e psicólogo francês Raymond Duval. A obra intitulada *Sémiosis et pensée humaine: Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels* é a primeira apresentação sistematizada da teoria, foi publicado em 1995 e foi um marco em suas produções (Andrade, 2021).

Segundo o pesquisador francês, o ensino de matemática apresenta dificuldades em todos os níveis de ensino e que o nível dessas dificuldades não são as mesmas se comparado com outras áreas de ensino (Duval, 2018). Essas dificuldades decorrem do fato dos objetos matemáticos serem abstratos, se comparados com outras ciências, logo para se estudar esses objetos se faz necessário primeiro representá-los.

É preciso recorrer à noção de representação para a aquisição de conhecimentos matemáticos, em outras palavras, “não existe conhecimento matemático que possa ser mobilizado por uma pessoa, sem o auxílio de uma representação” (Damm, 2008, p.169).

O sistema de representação de objetos matemáticos é chamado de registro semiótico, e as diferentes formas de representação de objetos matemáticos são chamadas de registros de representação. Segundo Duval (2012a), a representação simbólica é necessária porque na matemática, diferentemente de outros campos, para acessar objetos é preciso representá-los e, além disso, é preciso saber distinguir entre objetos e suas representações para ter uma compreensão da matemática (Freitas & Rezende, 2013).

Exemplos de representações semióticas são representações de linguagem natural, representações numéricas, representações algébricas, representações simbólicas, representações tabulares e representações gráficas (Duval, 2013; Henriques & Almouloud, 2016; Kiefer, et al. 2020; Thiel, 2013).

No ensino de funções é comum se trabalhar com as representações em língua natural ou formal e gráfica, onde ocorre a conversão de uma para outra, normalmente a partir da abordagem denominada por Duval (2011) de ponto a ponto. Nesta abordagem há uma forte associação entre pontos e pares ordenados, onde sob os eixos das abscissas e ordenadas são marcados pontos que correspondem a pares ordenados, isto é, esta abordagem limita-se a alguns valores particulares o que dificulta a percepção da articulação entre os registros.

Outras duas abordagens são citadas por Duval (2011): abordagem de extensão do traçado efetuado e abordagem de interpretação global de propriedades figurais. A primeira se apoia “em um conjunto infinito de pontos potenciais, quer dizer, no fundo homogêneo da folha, nos intervalos entre pontos marcados” (Duval, 2011, p.98). Por outro lado, a abordagem da interpretação global de propriedades figurais é definida como um conjunto de traçado/eixos que forma uma imagem que representa um objeto descrito por uma expressão algébrica e toda modificação na imagem implica também uma modificação na expressão algébrica correspondente, o que permite um olhar mais amplo e geral para a curva da função (Pasa & Moretti, 2016).

Segundo Duval (2011), nesta abordagem, cada variável visual da representação gráfica está ligada a uma unidade significativa da representação algébrica. Esta abordagem é eficiente quando se deseja partir de uma representação gráfica para uma representação algébrica sem que seja necessário utilizar uma terceira representação como suporte, pois leva em consideração uma análise semiótica visual e algébrica.

Além de identificar as variáveis visuais gráficas e as unidades significativas algébricas, a abordagem de interpretação global garante que ocorra a coordenação no trânsito entre os registros gráfico e algébrico, que conduzirá à compreensão integral do conceito de função exponencial.

4. Correspondências entre as Propriedades da Curva da Função Exponencial e sua Representação Algébrica

A partir dos estudos de Duval (2011) sobre o procedimento de interpretação global de propriedades figurais e amparados pela pesquisa de Silva (2008) e Córrea e Moretti (2014), buscamos desenvolver um estudo sobre o esboço de curvas de funções exponenciais.

Através da associação de variáveis visuais do gráfico e das unidades significativas algébricas propomos descrever as características gerais das curvas das funções exponenciais, em outras palavras, ao explicitar a articulação entre o registro gráfico e o registro algébrico será possível reconhecer e compreender o objeto matemático em diferentes formas de representações.

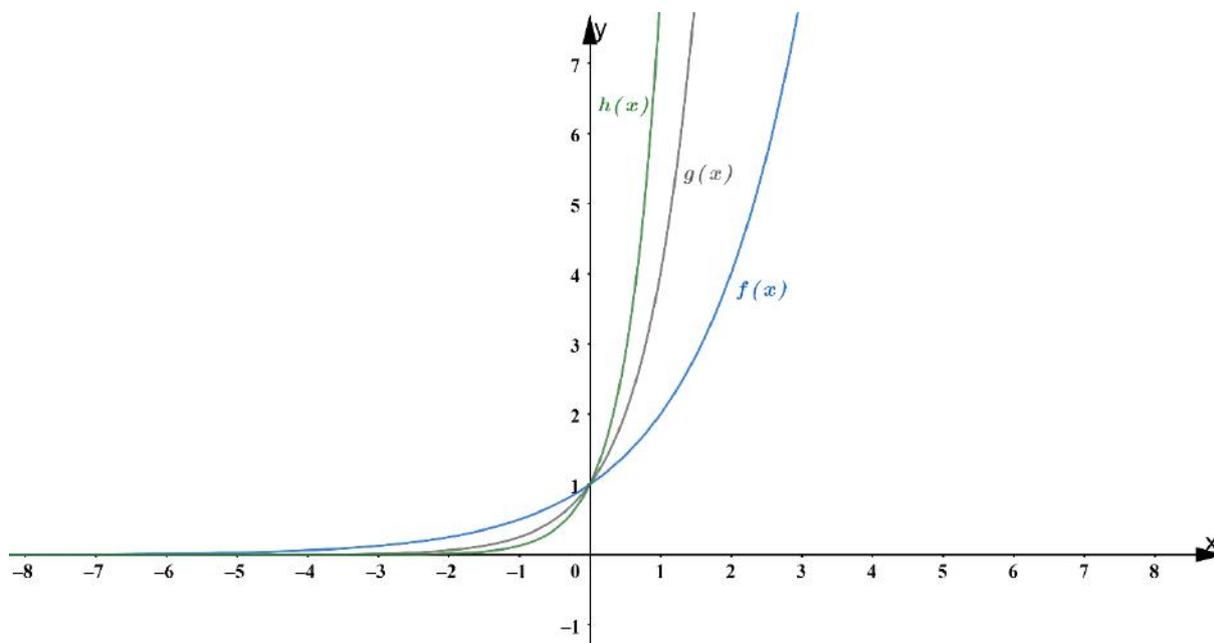
Primeiro, vamos relembrar o conceito de função exponencial. É uma função definida de \mathbb{R} em \mathbb{R} . A partir dos estudos de Duval (2011) sobre o procedimento de interpretação global de propriedades figurais e amparados pela pesquisa de Silva (2008) e Córrea e Moretti (2014), buscamos desenvolver um estudo sobre o esboço de curvas de funções exponenciais.

Através da associação de variáveis visuais do gráfico e das unidades significativas algébricas propomos descrever as características gerais das curvas das funções exponenciais, em outras palavras, ao explicitar a articulação entre o registro gráfico e o registro algébrico será possível reconhecer e compreender o objeto matemático em diferentes formas de representações.

Primeiro, vamos relembrar o conceito de função exponencial. É uma função definida de \mathbb{R} em \mathbb{R}_+^* , onde há uma variável no expoente. Sua expressão algébrica é dada por $f(x) = a^x$, onde a é um número real tal que $0 < a \neq 1$. Chamaremos $f(x) = a^x$ de função base e conhecida sua curva chegaremos à curva da função exponencial geral definida por $f(x) = b + c \cdot a^{x+d}$, onde $b, c, d \in \mathbb{R}$.

A Figura 1 apresenta a representação gráfica da função base $f(x) = 2^x$, $g(x) = 4^x$ e $h(x) = 8^x$. Visto que a base deve obedecer as condições $a > 0$, $a \neq 1$, tomamos a função $f(x) = 2^x$ como função base para comparar com os demais exemplos em que a base seja maior que zero ($a > 0$) ou esteja no intervalo de $0 < a < 1$.

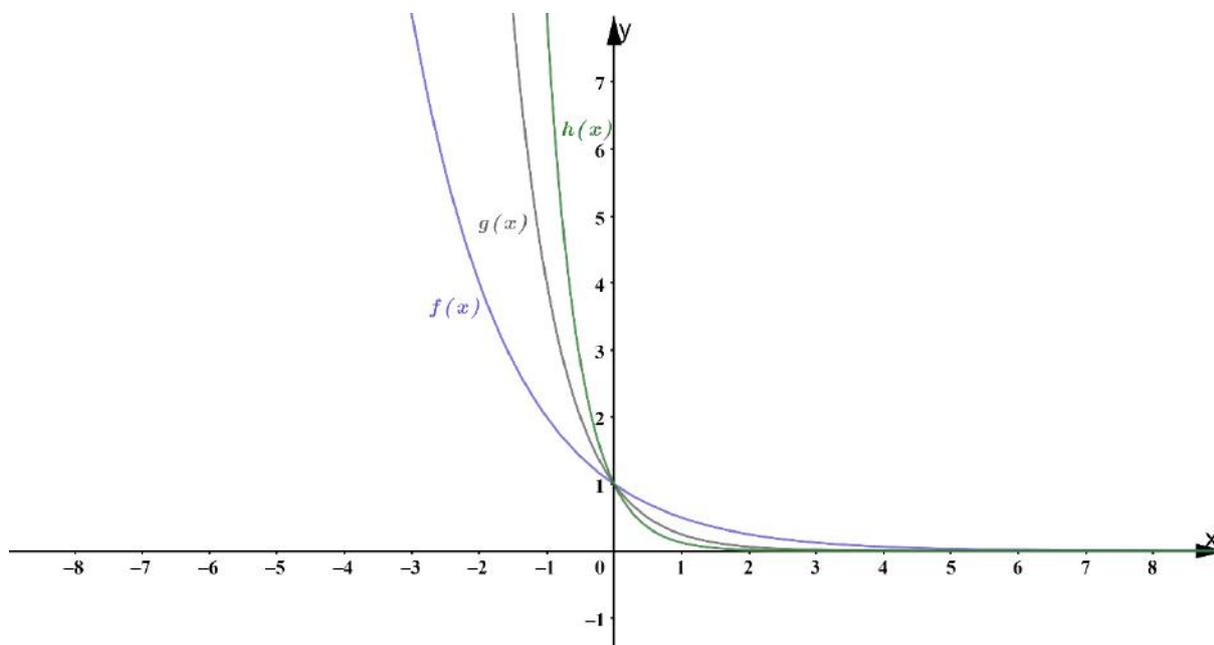
Figura 1 - Representação gráfica das funções $f(x) = 2^x$, $g(x) = 4^x$ e $h(x) = 8^x$



Fonte: Autores.

A Figura 2 mostra o gráfico das funções $f(x) = \frac{1}{2^x}$, $g(x) = \frac{1}{4^x}$ e $h(x) = \frac{1}{8^x}$. Observe:

Figura 2 – Representação gráfica das funções $f(x) = \frac{1}{2^x}$, $g(x) = \frac{1}{4^x}$ e $h(x) = \frac{1}{8^x}$



Fonte: Autores.

A partir das Figuras 1 e 2 acima, podemos estabelecer a seguinte associação entre as representações gráfica e algébricas:

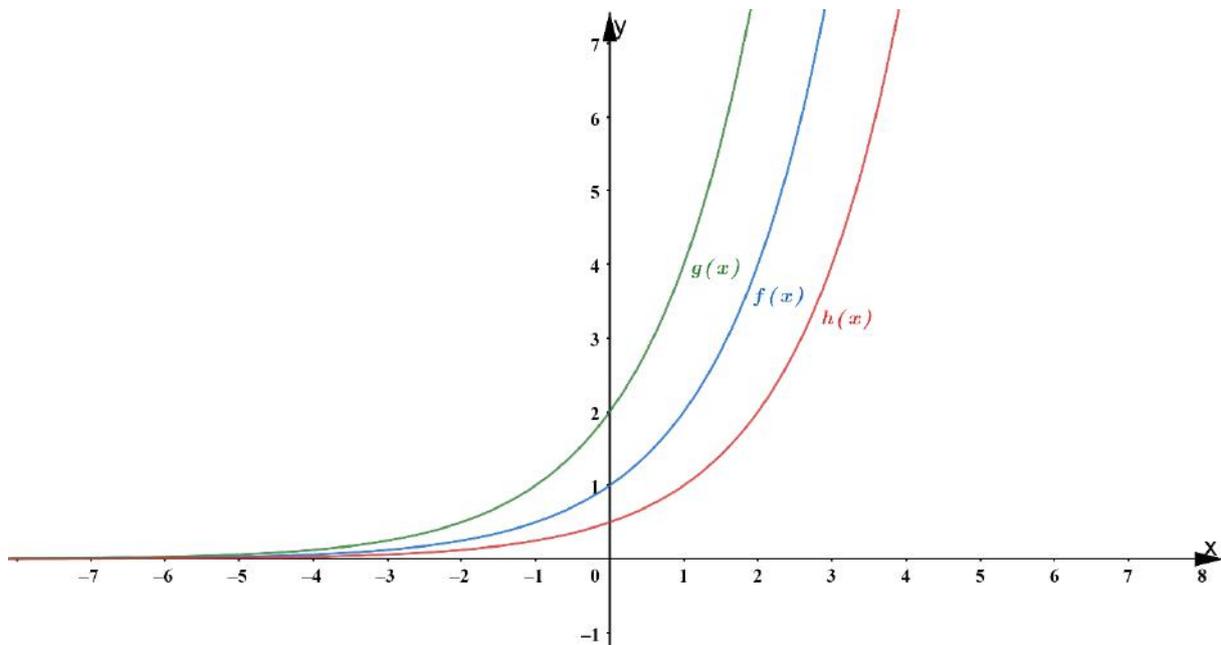
Quadro 1 – Associação das variáveis visuais às unidades algébrica significativa para $f(x) = a^x$

Variáveis Visuais	Valores das variáveis visuais	Unidade algébrica significativa
Sentido do traçado	O traçado é crescente	$a > 1$
	O traçado é decrescente	$0 < a < 1$

Fonte: Autores.

A Figura 3 apresenta o gráfico das funções $f(x) = 2^x$, $g(x) = 2^{x+1}$ e $h(x) = 2^{x-1}$, onde o gráfico da função $f(x) = 2^x$ é usado como base para o estudo do coeficiente d.

Figura 3 – Representação gráfica das funções $f(x) = 2^x$, $g(x) = 2^{x+1}$ e $h(x) = 2^{x-1}$



Fonte: Autores.

Sabendo que a função exponencial é representada simbolicamente por $f(x) = b + c \cdot a^{x+d}$, a Figura 3 apresenta o gráfico das funções apenas quando $c = 1$ e teremos as seguintes associações entre as representações gráfica e algébrica, conforme mostra o Quadro 2 abaixo:

Quadro 2 - Associação das variáveis visuais às unidades algébrica significativa para $f(x) = c \cdot a^{x+d}$ quando $c = 1$

Variáveis Visuais	Valores das variáveis visuais quando $c = 1$	Unidade algébrica significativa
Translação horizontal do traçado	Quando $d = 0$, a curva da função intercepta o eixo y no ponto de coordenadas (0,1).	$d = 0$
	A função corta em $y = a^d$	$d > 0$
		$d < 0$

Fonte: Autores.

Considerando que o coeficiente c acompanha a base a , vamos estabelecer as associações entre as duas formas de representação para quando c for diferente de 1. O Quadro 3 a seguir apresenta a associação para $c \neq 1$ e $c > 0$.

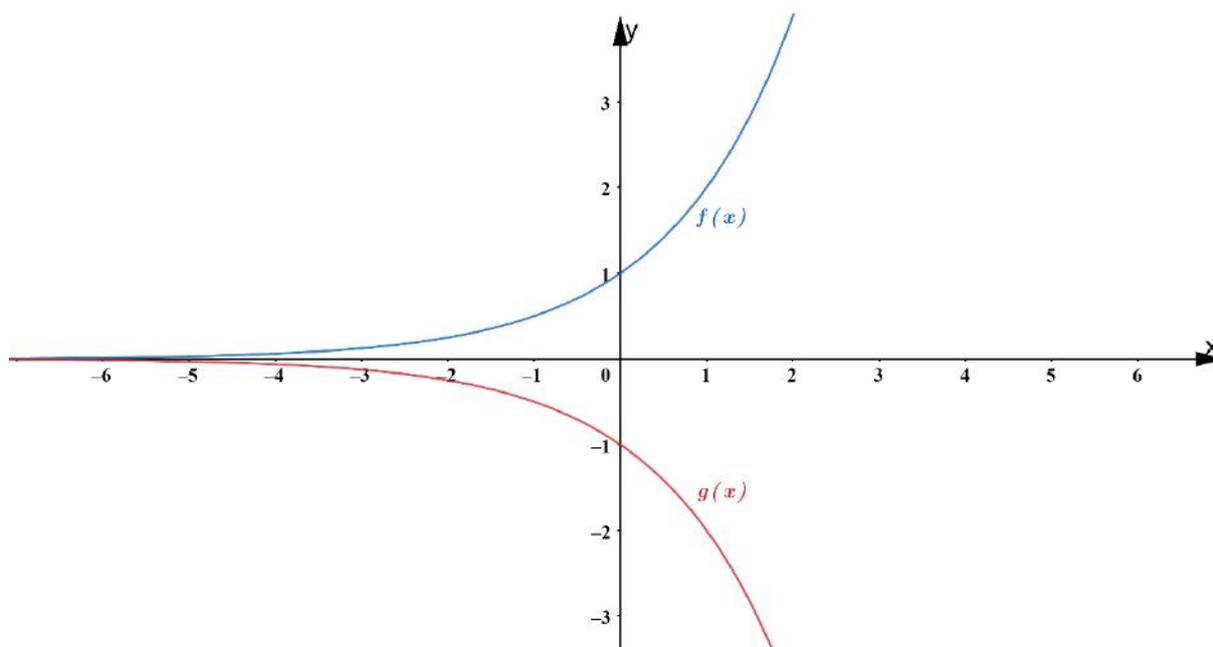
Quadro 3 - Associação das variáveis visuais às unidades algébrica significativa para $f(x) = c \cdot a^{x+d}$ quando $c > 1$

Variáveis Visuais	Valores das variáveis visuais quando $c \neq 1$ e $c > 0$	Unidade algébrica significativa
Translação horizontal do traçado	Quando $d = 0$, a curva da função intercepta o eixo y no ponto de coordenadas (0,1).	$d = 0$
	Quanto maior o valor de c, a função tende mais rápido ao infinito.	$d > 0$
	A função corta em $y = c \cdot a^d$	$d < 0$

Fonte: Autores.

Para o caso onde $c < 0$, tomamos a representação gráfica das funções $f(x) = 2^x$ (função base) e $g(x) = -(2^x)$, em que $c = -1$. Observe a Figura 4 abaixo:

Figura 4 – Representação gráfica das funções $f(x) = 2^x$ e $g(x) = -(2^x)$



Fonte: Autores.

Para $c < 0$, notamos que a função $g(x)$ é simétrica em relação ao eixo x, portanto, a simetria em relação ao eixo das abscissas se apresenta como uma nova variável visual. Observe o Quadro 4:

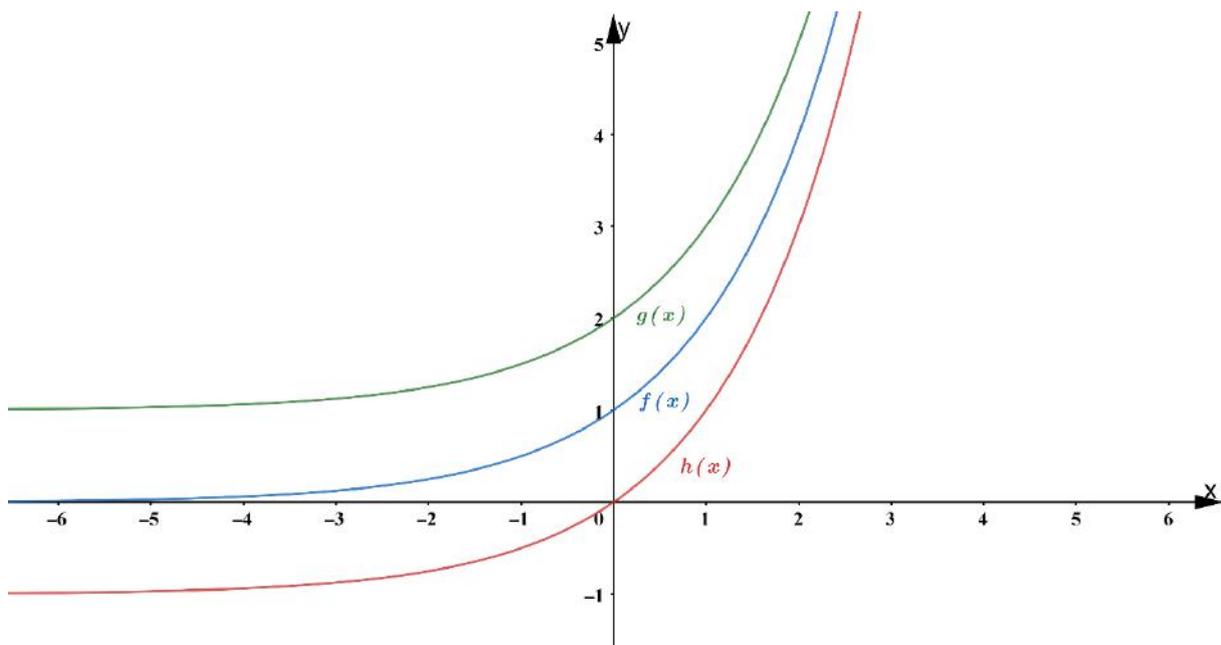
Quadro 4 - Associação das variáveis visuais às unidades algébrica significativa para $f(x) = c \cdot a^{x+d}$ quando $c < 0$

Variáveis Visuais	Valores das variáveis visuais quando $c < 0$	Unidade algébrica significativa
Traçado simétrico em relação ao eixo das abscissas (eixo x)	Quando $d = 0$, a curva da função $g(x)$ intercepta o eixo y no ponto de coordenadas $(0, -c)$	$f(x) = c \cdot (a^x)$, $c < 0$
	Quando $a > 0$, a curva da função passa a ser decrescente no traçado simétrico	
	Se $0 < a < 1$, a curva da função passa a ser crescente no traçado simétrico	

Fonte: Autores

Por fim, a Figura 5 a seguir traz o gráfico para o caso em que a função exponencial é expressa algebricamente por $f(x) = b + a^x$, onde $b \in \mathbb{R}$. Nesse caso, a curva da função $f(x) = 2^x$ está sendo utilizada como base para comparar quando o coeficiente b for positivo ou negativo. Observe:

Figura 5 – Representação gráfica das funções $f(x) = 2^x$, $g(x) = 1 + 2^x$ e $h(x) = -1 + 2^x$



Fonte: Autores.

Com base na figura acima, podemos fazer a seguinte associação entre a representação gráfica e algébrica, como mostra o Quadro 5:

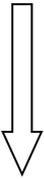
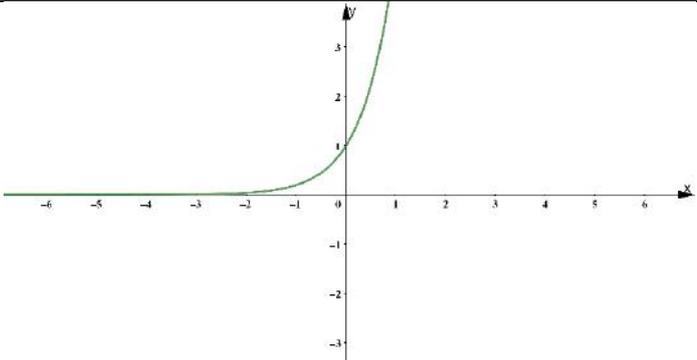
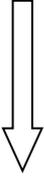
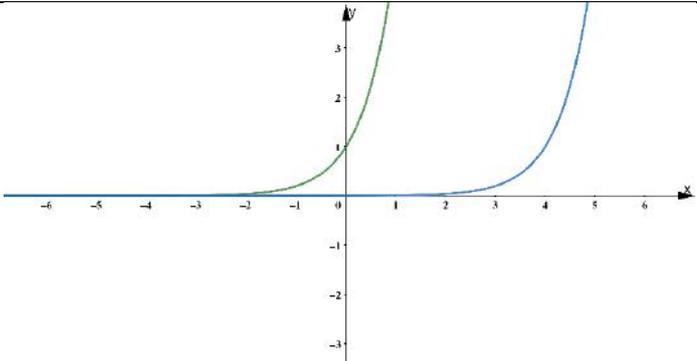
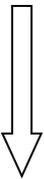
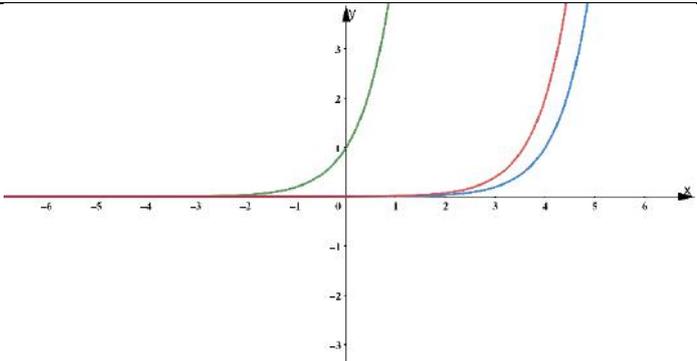
Quadro 5 - Associação das variáveis visuais às unidades algébrica significativa para $f(x) = b + a^x$

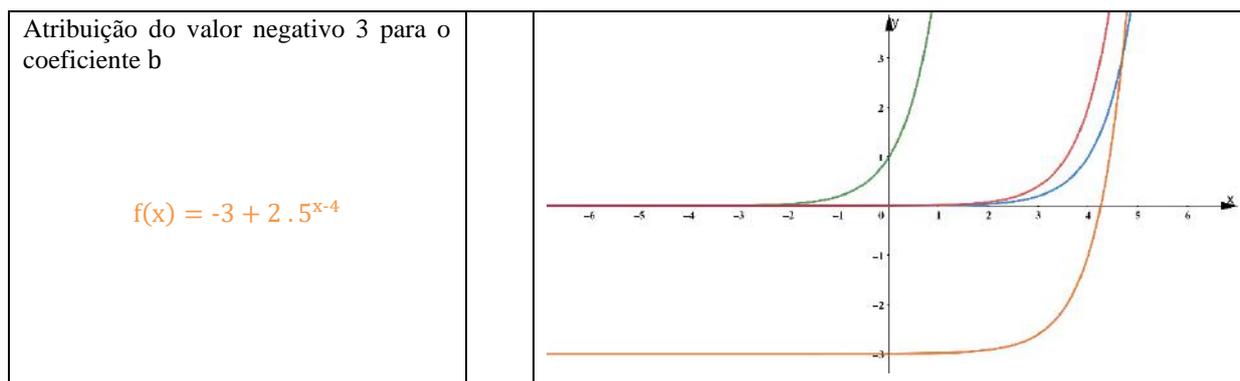
Variáveis Visuais	Valores das variáveis visuais	Unidade algébrica significativa
Translação vertical do traçado	A função $g(x)$ tende a assíntota $y = b$ quando $x \rightarrow -\infty$	$b > 0$
		$b < 0$

Fonte: Autores

Com base no estudo desenvolvido construiremos a curva da função $f(x) = -3 + 2 \cdot 5^{x-4}$. Para isso, vamos partir da função base $f(x) = 5^x$ que possui os coeficientes $b = 0$, $c = 1$ e $d = 0$ e alterar os valores desses termos para identificar o resultado dessas modificações no gráfico, de modo que se perceba a articulação entre os dois registros de representação. O Quadro 6 apresenta a construção da função partindo de sua função base. Observe:

Quadro 6 – Construção do traçado da curva da função $f(x) = -3 + 2 \cdot 5^{x-4}$

Tratamento algébrico na função base $f(x) = 5^x$ que origina as demais funções até obter a função desejada $f(x) = -3 + 2 \cdot 5^{x-4}$		Tratamento no esboço da curva base conforme modificações nos termos algébricos da função base
Função base $f(x) = 5^x$		
Atribuição do valor negativo 4 para o coeficiente d $f(x) = 5^{x-4}$		
Atribuição do valor positivo 2 para o coeficiente c $f(x) = 2 \cdot 5^{x-4}$		



Fonte: Autores

Analisando o Quadro 6 podemos perceber as alterações que ocorrem na representação gráfica que modificam os valores na representação algébrica. Baseado nas análises, descereamos as características gerais das curvas de funções exponenciais de modo a estabelecer uma correspondência entre as variáveis visuais gráfica e as unidades algébricas. Vejamos o Quadro 7:

Quadro 7 – Características das curvas de forma $f(x) = b + c \cdot a^{x+d}$

Coeficiente	Unidades significantes (expressão algébrica)	Variáveis visuais (curva)
a	Para $a > 1$	A função é crescente
	Para $0 < a < 1$	A função é decrescente
b	Para $b = 0$ Ausência do valor numérico	Translação vertical no traçado de b unidades
	Para $b < 0$ Presença do sinal (-);	
	Para $b > 0$ Ausência do sinal (+);	
c	Para $c = 1$ Ausência do valor numérico	Traçado simétrico em relação ao eixo das abscissas (eixo x)
	Para $c > 1$ Presença do valor numérico Presença do sinal (+) quando $b = 0$	
	Para $c < 0$ Prsença do valor numérico Presença do sinal (-)	
d	Para $d = 0$ Ausência do valor numérico	Translação horizontal no traçado de d unidades
	Para $d > 0$ Presença do valor numérico Presença do sinal (+)	
	Para $d < 0$ Presença do valor numérico Presença do sinal (-)	

Fonte: Autores

O valor da base a implica diretamente o tipo de função (crescente ou decrescente). Côrrea e Moretti (2014) apontam que inverter a base de uma função exponencial implica em uma mudança no registro gráfico, onde a curva do gráfico passa a ser simétrica em relação ao eixo y. Ainda, por definição, a base deve respeitar as condições $a > 0$ e $a \neq 1$, o que não contraria a função $f(x) = -(a^x)$, nesse caso o valor negativo do coeficiente c aponta que o gráfico, quando comparado com a representação figural $f(x) = a^x$, será simétrico em relação ao eixo x.

Os coeficientes b e d na expressão algébrica, quando comparados à curva base $f(x) = a^x$, representam translações verticais e horizontais. Segundo Côrrea e Moretti (2014), há congruência semântica entre a representação algébrica $f(x) = b + a^x$ e sua representação gráfica, visto que quando b é positivo ($b > 0$) há deslocamento vertical para cima e quando b é negativo ($b < 0$) ocorre um deslocamento vertical para baixo. Todavia, para o caso $f(x) = a^{x+d}$ não há congruência semântica entre a curva e a expressão algébrica, quando comparado $f(x) = a^x$, pois quando o coeficiente d é positivo ($d > 0$), o deslocamento horizontal será para a esquerda e quando d for negativo ($d < 0$), o deslocamento horizontal será para a direita.

5. Considerações Finais

A teoria dos registros de representação semiótica, especificamente a abordagem de interpretação global de propriedade figurais, apresenta uma forma mais ampla de visualizar e traçar o esboço de curvas, onde a conversão entre as representações algébricas e gráficas são valorizadas nos dois sentidos da transição, pois é possível estabelecer correspondências entre as duas formas de representação.

Essa forma de proceder leva a uma leitura correta do gráfico e facilita a passagem inversa, isto é, da representação gráfica para a algébrica, a qual apresenta mais dificuldades quando se trabalha somente na abordagem ponto a ponto.

Com base na abordagem de interpretação global de propriedades figurais foi possível apresentar que a função exponencial pode ser trabalhada de maneira mais ampla e em duplo sentido, destacando assim a interconectividade entre as duas representações e desmistificando uma afiliação a outro.

Nesta pesquisa mostramos uma possibilidade de trânsito entre as representações algébricas e gráficas de uma função exponencial, de modo que a interpretação global possa ser mantida. O estudo do esboço de curvas no ensino superior passa pelo estudo das unidades significantes gráficas que compõem a curva, em alguns casos, a conversão da representação algébrica para a gráfica possuem um alto grau de complexidade, sendo necessário o uso de softwares computacionais.

Dessa forma, propomos que mais pesquisas sobre esboço de curvas sejam realizadas baseadas na abordagem da interpretação global das propriedades figurais da teoria dos registros de representação semiótica, visto que se trata de uma teoria de aprendizagem e leva em consideração os aspectos cognitivos necessários para a aprendizagem.

Referências

- Andrade, A. A. (2021). Os registros de representação semiótica na aprendizagem de limites de funções reais. [Tese de doutorado, Universidade Cruzeiro do Sul].
- Corrêa, M. O. S. & Moretti, M. T. (2014). Esboçando curvas de funções a partir de suas propriedades figurais: uma análise sob a perspectiva dos registros de representação semiótica. In C. F. Brandt & M. T. Moretti (Orgs.). *As contribuições da Teoria das Representações Semióticas para o Ensino e Pesquisa na Educação Matemática*. Ijuí, RS: Editora Unijuí.
- Cordeiro, A. M. et al. (2007). Revisão sistemática: uma revisão narrativa. *Revista do Colégio Brasileiro de Cirurgiões*, 34, 428-431.
- Damm, R. F. (2008). Registos de Representação. In S. D. A. Machado (Org.). *Educação Matemática: uma nova introdução*. São Paulo, SP: EDUC.
- Duval, R. (2011). Gráficos e equações: a articulação de dois registros. *Graphiques et équations: L'articulation de deux registres* (M. T. Moretti, Trad.). *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 6(2), 96-112. doi: 10.5007/1981-1322.2011v6n2p96
- Duval, R. (2009). *Semiósis e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais* (L.F. Levy & M.R.A. Silveira, Trad.). São Paulo: Livraria da Física.
- Duval, R. (2018). Como analisar a questão crucial da compreensão em Matemática? (M. T. Moretti, Trad.). *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 13(2), 1-27. doi: 105007/1981-1322.2018v13n2p01
- Duval, R. (2012a). Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. *Registres de représentationsémiotique et fonctionnementcognitif de lapensée* (M. T. Moretti, Trad.). *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 7(2), 266-297. doi: 10.5007/1981-1322.2012v7n2p266.
- Duval, R. (2012b). Diferenças semânticas e coerência matemática: introdução aos problemas de congruência. *Écartssémantiques et cohérencemathématique: introductionauxproblèmes de congruence* (M. T. Moretti, Trad.). *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 7(1), 97-117. doi: 10.5007/1981-1322.2012v7n1p97

Duval, R. (2013). Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In S. D. A. Machado (Org.). *Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica*. Campinas, SP: Papirus.

Freitas, J. L. M., & Rezende, V. (2013). Entrevista: Raymond Duval e a teoria dos registros de representação semiótica. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 2(3), 10-34. Obtido de: <http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/article/view/963>

Gil, A.C. (2019). *Como elaborar projetos de pesquisa* (6ª ed.). São Paulo: Atlas.

Henriques, A., & Almouloud, S. A. (2016). Teoria dos registros de representação semiótica em pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: uma análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do software Maple. *Ciência & Educação*, 22(2), 465-487. doi:10.1590/1516-731320160020012

Kiefer, J. G., et al. (2020). Questões de Matemática em provas de ingresso ao Colégio Politécnico da Universidade Federal de Santa Maria (2015-2020): uma análise a partir dos registros de representação semiótica. *Research, Society and Development*, 9(11), 1-18. doi: 10.33448/rsd-v9i11.10177

Lourenço, E. H., & Oliveira, P. C. (2019). Articulação e coordenação das representações algébrica e gráfica da função quadrática. *Revista Insignare Scientia-RIS*, 2(4), 238-257. Obtido de: <https://periodicos.ufs.edu.br/index.php/RIS/article/view/11068>

Marconi, M. A. & Lakatos, E. M. (2017). *Fundamentos de Metodologia Científica* (8ª ed.). São Paulo: Atlas.

Moretti, M. T. (2002). O papel dos registros de representação na aprendizagem de matemática. *Revista Contrapontos*, 2(3), 343-362. Obtido de: <https://siaiap32.univali.br/seer/index.php/rc/article/view/180>

Moretti, M. T. & Thiel, A. A. (2012). O ensino de matemática hermético: um olhar crítico a partir dos registros de representação semiótica. *Práxis Educativa*, 7(2), 379-396. doi: 10.5212/PraxEduc.v.7i2.0004

Pasa, B. C. & Moretti, M. T. (2016). Panorama de pesquisas sobre o esboço de curvas a partir da interpretação global das unidades figurais. In *XII Encontro Nacional de Educação Matemática*. São Paulo.

Pereira, A. S. et al. (2018). *Metodologia da Pesquisa Científica*. Santa Maria: Ed. UAB/NTE/UFSM.

Prodanov, C. C., & Freitas, E. C. (2013). *Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico* (2ª ed.). Novo Hamburgo: Editora Feevale.

Silva, M. O. (2008). Esboço de curvas: uma análise sob a perspectiva dos registros de representação semiótica. [Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Curso de Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica]. Repositório Institucional da UFSC.

Thiel, A. A. (2013). Práticas matemáticas no plano cartesiano: um estudo da coordenação de registros de representação. [Tese de doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina]. Repositório Institucional da UFSC. Obtido de: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/122890>