

Controle linear ótimo aplicado em estruturas vibro-impacto
Optimal linear control applied to vibro-impact structures
Control lineal óptimo aplicado a estructuras de vibro-impacto

Recebido: 16/04/2020 | Revisado: 20/04/2020 | Aceito: 25/04/2020 | Publicado: 28/04/2020

Rodrigo Francisco Borges Lourenço

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7772-6438>

Universidade Estadual Paulista, Brasil

E-mail: rodrigoborges@unirv.edu.br

Fabio Roberto Chavarette

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1203-7586>

Universidade Estadual Paulista, Brasil

E-mail: fabio.chavarette@unesp.br

Michael Dowglas de Gois Silva

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5162-9368>

Universidade Estadual Paulista, Brasil

E-mail: michael@unirv.edu.br

Darlan Marques da Silva

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6657-825X>

Universidade de Rio Verde, Brasil

E-mail: darlan@unirv.edu.br

Jordania Louse Silva Alves

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5744-6607>

Universidade Federal do Amazonas, Brasil

E-mail: jordania@ufam.edu.br

Resumo

Muitos equipamentos mecânicos, ao realizar suas funções, geram algum tipo de ruído. Esses ruídos podem se apresentar em forma de vibrações mecânicas, representadas por velocidades, acelerações e deslocamentos. Essas vibrações, na maioria das estruturas, são consideradas com algo indesejado. Mas, vale ressaltar, que em algumas aplicações elas são necessárias para manter o bom funcionamento de máquinas e equipamentos, como por exemplo em furadeiras de impacto, rolos compressores, entre outros. A fim de representar modelos físicos

experimentais de forma numérica, é comum a utilização de softwares computacionais que simulem seu comportamento dinâmico. Isso ajuda a prever falhas de projeto e evitar acidentes, impactando em economia de tempo e, conseqüentemente dinheiro. Neste trabalho, realizou-se a análise do comportamento dinâmico de um sistema sob supressão de impacto. O parâmetro de variação utilizado foi a frequência de excitação, e de acordo com os parâmetros estudado, notou-se um comportamento caótico da estrutura. Diante disto, afim de atenuar esse comportamento caótico, desenvolveu-se um projeto de controle linear ótimo (LQR), e sua implementação apresentou-se de forma eficiente, reduzindo a amplitude dos parâmetros de resposta, e minimizando as trajetórias caóticas da estrutura.

Palavras-chave: Estabilidade estrutural, Vibrações mecânicas, Caos

Abstract

Many mechanical equipment, when performing their functions, generate some type of noise. These noises can be mechanical vibrations, represented by speeds, accelerations and displacements. In most structures, these vibrations are considered unwanted. However, it is worth mentioning that, in some applications, they are necessary to maintain the proper functioning of machines and equipment, such as impact drills and compressor rollers. In order to represent experimental physical models numerically, it is common to use computer software that simulates their dynamic behavior. This helps to predict project failures and prevent accidents, saving time and, consequently, money. In this work, an analysis of the dynamic behavior of a system under impact suppression was performed. The variation parameter used was the excitation frequency, and according to the studied parameters, a chaotic behavior of the structure was noted. Therefore, in order to mitigate this chaotic behavior, an optimal linear control project (LQR) was developed, and its implementation was presented efficiently, reducing the amplitude of the response parameters, and minimizing the chaotic trajectories of the structure.

Keywords: Structural stability; Mechanical vibrations; Chaos.

Resumen

Muchos equipos mecánicos, al realizar sus labores, originan algún tipo de ruido. Estos ruidos pueden ser en forma de vibraciones mecánicas, representadas por velocidades, aceleraciones y locomociones. Estas vibraciones, en la mayoría de las estructuras, son consideradas un poco indeseadas. Sin embargo, vale la pena mencionar que, en algunas utilizaciones, son necesarias para mantener el buen funcionamiento de máquinas y equipos, como ejemplo tenemos taladros de impacto, rodillos compresores, entre otros. Con el propósito de representar modelos físicos experimentales numéricos, es común utilizar softwares de computadoras que simulan su comportamiento dinámico. Lo cual ayuda a predecir las fallas del proyecto y prevenir accidentes, ahorrando tiempo y, por ende, dinero. En este

trabajo, se demuestra el comportamiento dinámico de un sistema de impacto vibratorio. Desde la variación de la frecuencia de excitación, se observó un comportamiento desordenado. En consideración a esto, se desarrolló el diseño de un controlador lineal óptimo (LQR), con el propósito de utilizar las vibraciones en las regiones operativas, en las que el sistema es inestable. Se ha demostrado que la estrategia óptima de control lineal demuestra la efectividad para este tipo de situación y puede usarse para reducir el daño, evitando pérdidas económicas, biológicas y materiales.

Palabras clave: Estabilidad estructural; Vibraciones mecánicas; Caos.

1. INTRODUÇÃO

Equipamentos mecânicos são constantemente submetidos a algum tipo de esforço. Esses esforços podem gerar impactos e, conseqüentemente, vibrações mecânicas. Na maioria desses equipamentos (ex: motor, redutor, furadeira, esmerilhadora, laminador), as vibrações são indesejadas e podem gerar falhas prematuras como trincas, empenamento e desbalanceamento. Porém, existem outros equipamentos que necessitam vibrar para melhor realização de suas funções, como por exemplo: perfuratrizes de petróleo, rolos compressores, britadeiras, peneiras vibratória, entre outros.

Segundo Lago e Gonçalves (2006), falhas em equipamentos mecânicos, quando não previstas, podem gerar paradas bruscas na linha de produção, ocasionando acidentes, perdas de tempo/produção e conseqüentemente prejuízos.

Ing et al. (2008), trabalhou em um modelo experimental que simulou seu comportamento dinâmico (estável/instável), representado por dois graus de liberdade. O sistema estudado apresentou comportamentos variados, que iam de periódico a caótico. Com isso, foi possível prever comportamentos e explicar fenômenos previstos. Tal estudo considerou sistemas já existentes, e também idealizados, para representarem condições de projetos.

Testes experimentais, além de ter custo alto, podem proporcionar riscos de acidentes. Com isso, a modelagem matemática do comportamento dinâmico de sistemas mecânicos podem ser consideradas como boa alternativa, tendo por finalidade representar os aspectos importantes do sistema, através da formulação das equações que o representam (MONTEIRO, 2002).

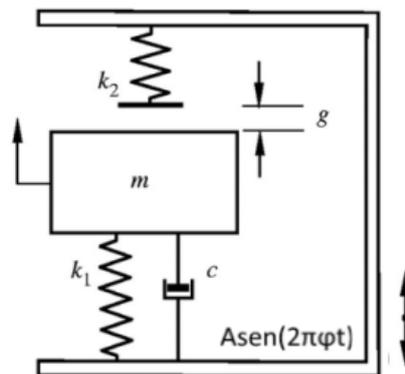
Esses modelos matemáticos devem envolver detalhadamente a maior quantidade de variáveis possíveis, sem torná-los mais complexo que o necessário, para a análise em foco. Assim, podem ser definidos como linear ou não linear, de acordo com os níveis de complexidade e variáveis consideradas (RAO, 2009).

O propósito desse trabalho é a construção de um código computacional (algoritmo) capaz de simular o comportamento dinâmico de um modelo físico (Vibro-Impacto) de dois graus de liberdade, proposto por (ING ET AL., 2008). Esse programa, realizará a análise da matriz jacobiana desenvolvida através do modelo escolhido, fornecendo diagramas de estabilidade estrutural, frequência, velocidade e amplitude em função do tempo, possibilitando assim, a análise da estrutura e verificação da tendência ao caos. Após a verificação dos pontos de equilíbrio instáveis da estrutura, propõe-se a implementação de um mecanismo de controle LQR (Linear Quadratic Regulator).

2. MODELO PROPOSTO

O modelo físico utilizado por Ing et al. (2008), foi simplificado e será utilizado neste trabalho (figura 1). Esse sistema, é constituído por um corpo de massa m , engastada a uma base oscilatória através de uma mola, que tem coeficiente de rigidez k_1 e um sistema de amortecimento viscoso c . O coeficiente de rigidez k_2 , consiste de uma mola secundaria fixada na base, após folga existente denominada g . A massa principal 'm' em função da oscilação $S = A \sin(2\pi\phi t)$, sendo ϕ a frequência de oscilação e t o tempo. A oscilação da base provoca deslocamento da massa, impactando-se sobre a mola superior, tornando o comportamento do sistema característico a um modelo vibro-impactante.

Figura 1 – Modelo Proposto



Fonte: Adaptado de Ing et al. (2008)

As equações de movimento do modelo adotado (figura 1), são extraídas com a aplicação da 2ª lei da mecânica clássica de Newton. Considerou-se o movimento relativo entre a base oscilatória e o bloco como: $y = (z - s)$, em que, 'z' representa o movimento do bloco e 's' o movimento da base. Nota-se, duas situações distintas para representação do comportamento dinâmico da estrutura, uma quando o movimento relativo y é menor que a folga g (equação (1)),

e o sistema não recebe impacto, e outra quando o movimento relativo é maior que a folga (equação (2)), em que o sistema se torna impactante.

$$m\ddot{y} + k_1y + c\dot{y} = -m\ddot{S} \quad (1)$$

$$m\ddot{y} + k_1y + k_2(y - g) + c\dot{y} = -m\ddot{S} \quad (2)$$

a fim de expressar as equações (1) e (2) de forma adimensional, define-se:

$$\tau = \omega_0 t, x = \frac{y}{y_0}, \omega_0 = \sqrt{\frac{c}{2m\omega_0}}, \xi = \frac{c}{2m\omega_0}$$

em que, ω_0 é a frequência natural do sistema, τ o tempo adimensional e ξ o fator de amortecimento. Após a substituição das considerações nas equações (1) e (2), tem-se as equações (3) e (4), que representam o movimento do sistema, com e sem impacto, respectivamente.

$$\ddot{x} = a\omega^2 \text{sen}(\omega\tau) - 2\xi \dot{x} - x \quad (3)$$

$$\ddot{x} = a\omega^2 \text{sen}(\omega\tau) - 2\xi \dot{x} - x - \beta(x - e) \quad (4)$$

Com o objetivo criar uma função única, que represente o comportamento do sistema com e sem impacto, utilizou-se uma função degrau, denominada Heaviside $H(x - e)$. Com isso, tem-se a função (5).

$$\ddot{x} = a\omega^2 \text{sem}(\omega\tau) - 2\xi \dot{x} - x - \beta(x - e)H(x - e) \quad (5)$$

2.1. Redução de ordem da equação

Uma equação diferencial ordinária de ordem n , pode ser representada por um sistema de n equações de primeira ordem Boyce e DiPrima (2010). A fim de facilitar as análises, é feita a redução de ordem da equação (5), tem-se o sistema de equações (6):

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = a\omega^2 \text{sem}(\omega\tau) - 2\xi \dot{x} - x - \beta(x - e)H(x - e) \end{cases} \quad (6)$$

2.2. Linearização em torno do ponto de equilíbrio

Por definição, a derivada de cada variável em torno dos pontos de equilíbrio de um sistema de equação é igual a zero (MONTEIRO, 2002), logo tem-se a matriz (M_1):

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ a\omega^2 \text{sem}(\omega\tau) - 2\xi \dot{x} - x - \beta(x - e)H(x - e) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (M_1)$$

Através dos conceitos apresentados por Villate (2007) e Monteiro (2002), realizou-se a linearização do sistema em torno do seu ponto de equilíbrio, através da série de Taylor. Em que, cada linha da matriz Jacobiana (M_2), é adquirida pela derivada parcial dos termos da matriz (M_1).

$$J = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -29H(x - 1,26) - \delta(x - 1,26)29(x - 1,26) - 1 & -2\xi \end{bmatrix} \quad (M_2)$$

o termo δ , constante na matriz (M_2), representa a derivada da função auxiliar de impulso (Heaviside).

3. SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Com base no método de Rune-Kutta de quarta ordem, através do integrador numérico ODE45 do software Octave, foram obtidos, para o deslocamento e a velocidade do sistema: históricos no tempo, planos de fases, espectros de frequências e mapas de Poincaré. As condições iniciais utilizadas foram extraídas de Ing et al. (2008), e estão apresentadas na tabela 1.

Tabela 1 – Parâmetros utilizados para simulações (adimensionais)

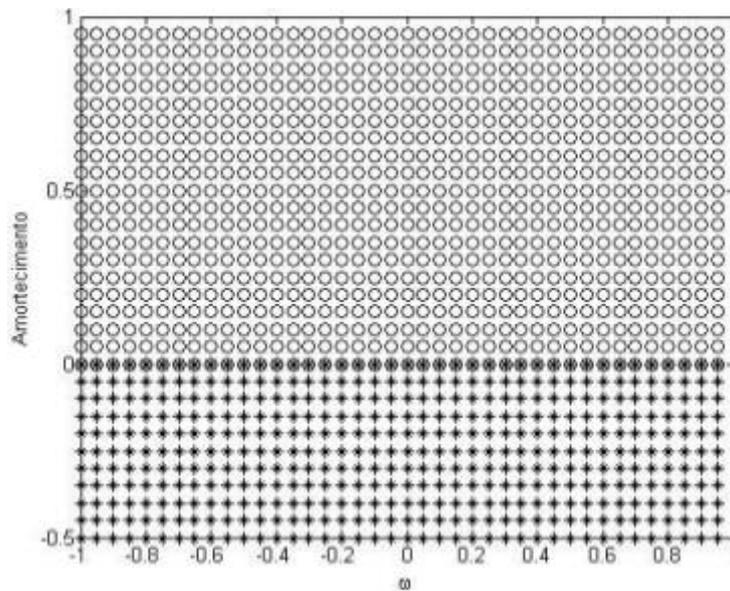
<i>Parâmetros</i>	<i>Valores</i>
α	0,3
e	1,26
τ	0-100
ξ	0,001
β	29
ω	Parâmetros de variação

Fonte: Ing et al. (2008)

3.1. Estabilidade do sistema

A análise e classificação do tipo de instabilidade ou estabilidade para diversos valores de amortecimento, deu-se através dos autovalores da matriz Jacobiana do sistema. O diagrama de estabilidade segundo Lyapunov é representado na figura 2.

Figura 2: Diagrama de estabilidade do oscilador Vibro-impacto.



Fonte: Próprio autor

Observa-se no diagrama da figura 2 que, o sistema apresenta estabilidade (foco hiperbólico) em toda a parte demarcada com circunferências, ou seja, para valores de amortecimento de 0 a 1. Nos pontos assinalados por asteriscos, o sistema se apresenta instável (foco hiperbólico), ou seja, a instabilidade do sistema é evidenciada para uma faixa de amortecimento entre -0,5 e 0. Nos pontos indicados por círculos, o sistema apresenta-se estável (centro elíptico).

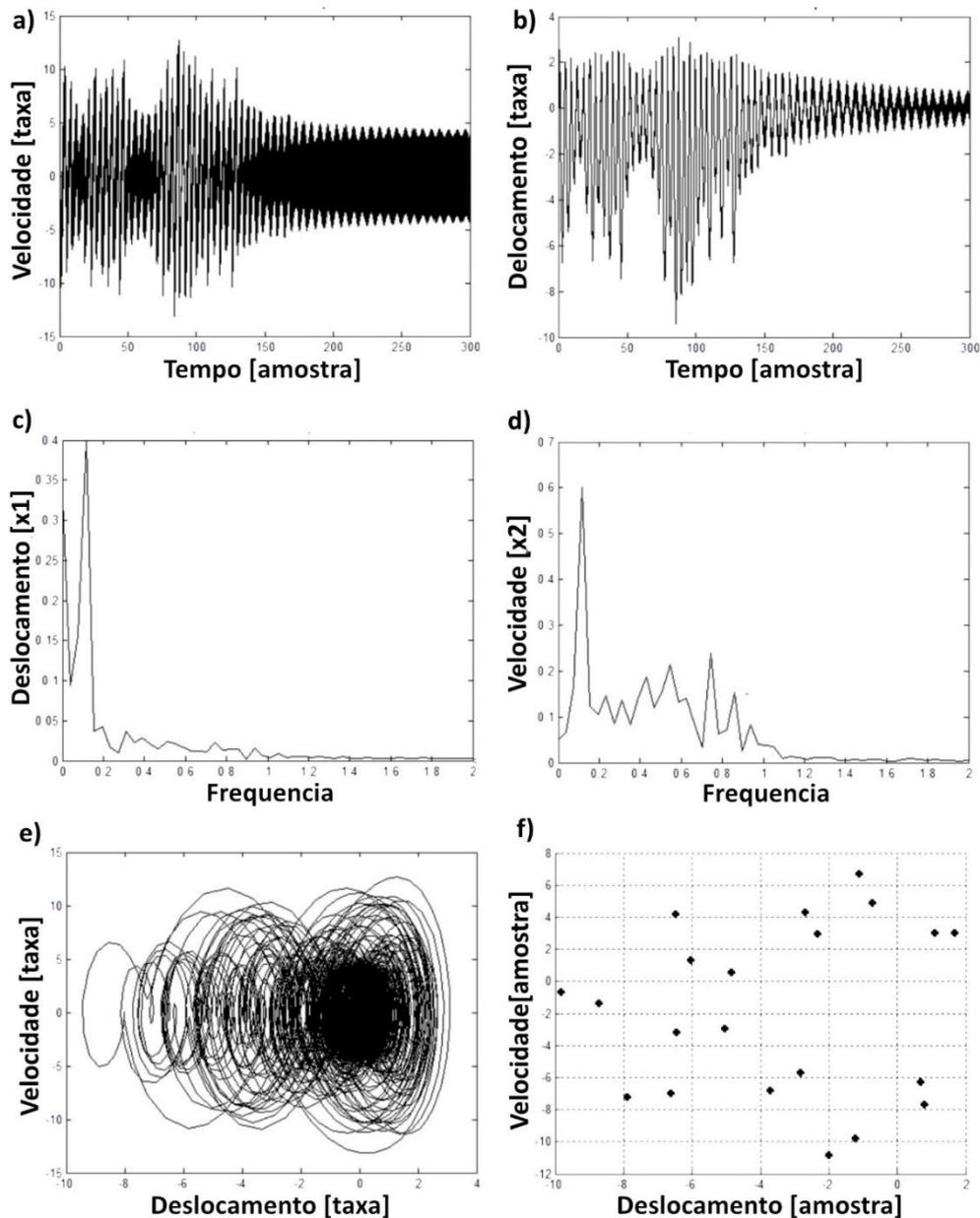
3.2. Análise para $\omega = 8.470$

A Figura 3 ilustra o comportamento estável do sistema dinâmico para o modelo abordado.

As Figuras 3a e 3b, representam o histórico no tempo em função de t , para deslocamento e velocidade. Nota-se a presença de frequências distintas, que são significativas com relação a dinâmica do sistema.

As figuras 3c e 3d, representam os espectros de deslocamento e velocidade, respectivamente. Nesses diagramas, nota-se eminentes picos na FFT, caracterizando-se perturbações no espectro de frequências e conseqüente de caos no sistema. presença de caos no sistema.

Figura 3: Comportamento dinâmico da estrutura.



Fonte: Próprio autor

A figura 3e, apresenta o plano de fases, mostrado na forma de velocidade em função do deslocamento. É possível afirmar que, o achatamento da orbita é causado pela ocorrência do impacto naquela posição e instante. As oscilações não possuem um padrão de repetição, portanto, o movimento é caótico. A Figura 3f apresenta o mapa de Poincaré, que se comporta através de vários pontos, confirmando que não há um período definido.

4. PROJETO DE CONTROLE LQR

Em projetos de controle, existem dois tipos de problemas: o controle de programa e a síntese do controle. Para o primeiro, a função do controle $u(t)$ é encontrada como uma função do tempo, e a função de controle ótimo determina uma trajetória ótima que corresponde a uma condição inicial dada. No segundo caso, a função de controle $u(t, x)$ depende do tempo e de variáveis de estado. Este tipo de controle é chamado controle feedback.

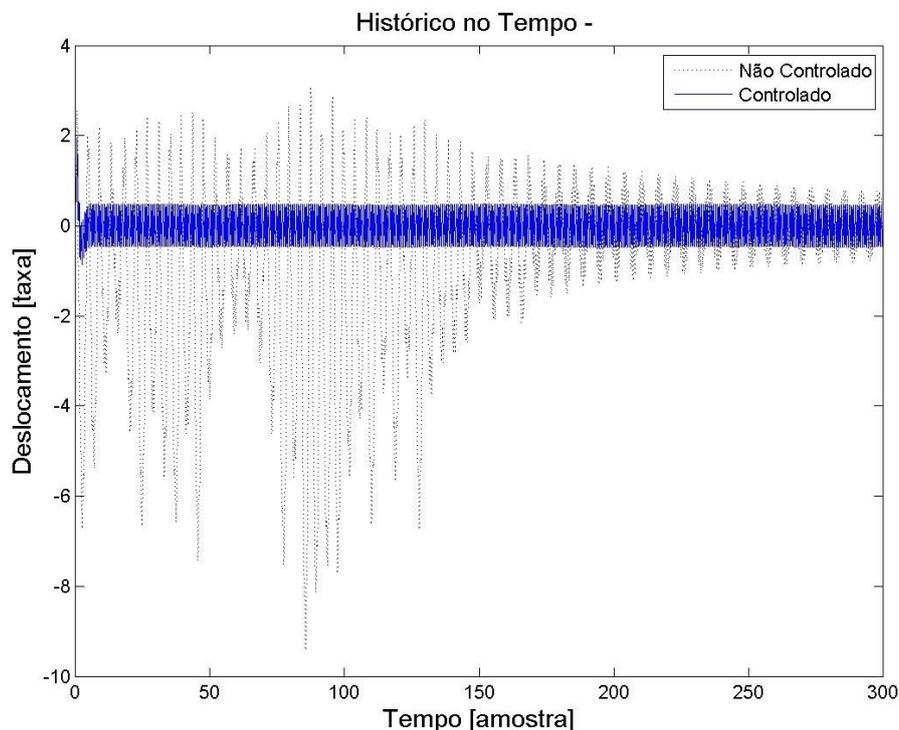
O LQR não se constitui de uma técnica de controle linear, uma vez que, é baseado na solução da equação algébrica não linear de Riccati e, pode ser empregado para qualquer sistema de equações. Aplicando-se essa técnica no sistema de equações (6), as equações do sistema controlado apresentam-se pela equação (7):

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + U \\ \dot{x}_2 = a\omega^2 \text{sem}(\omega t) - 2\xi \dot{x} - x - \beta(x - e)H(x - e) + U \end{cases} \quad (7)$$

4.1. Análise do sistema controlado $\omega = 8.470$

As Figuras 4, 5 e 6, ilustram o comportamento do sistema controlado para $\omega = 8.470$.

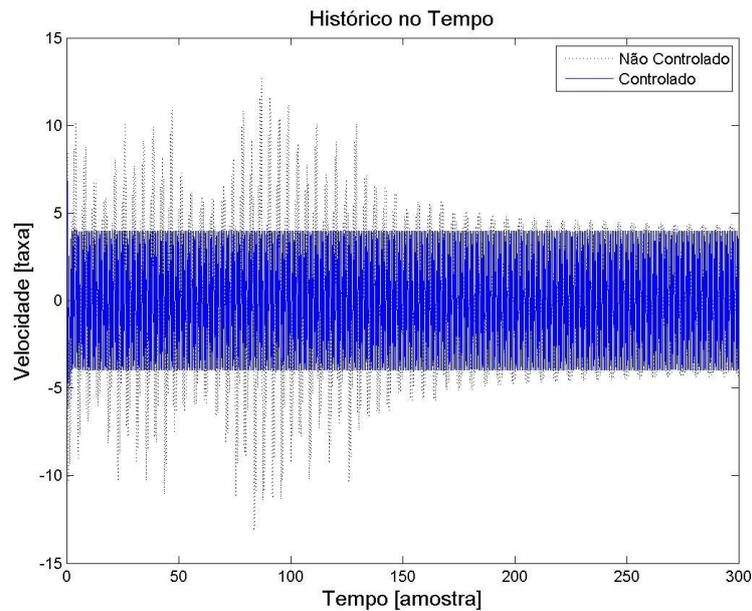
Figura 4: Comportamento dinâmico da estrutura com LQR



Fonte: Próprio autor

Nos diagramas 4 e 5, representou-se em tonalidade azul escura, o comportamento do sistema após a implementação do controle, sobreposto ao comportamento perturbado.

Figura 5: Comportamento dinâmico da estrutura com LQR (Velocidade x Tempo).

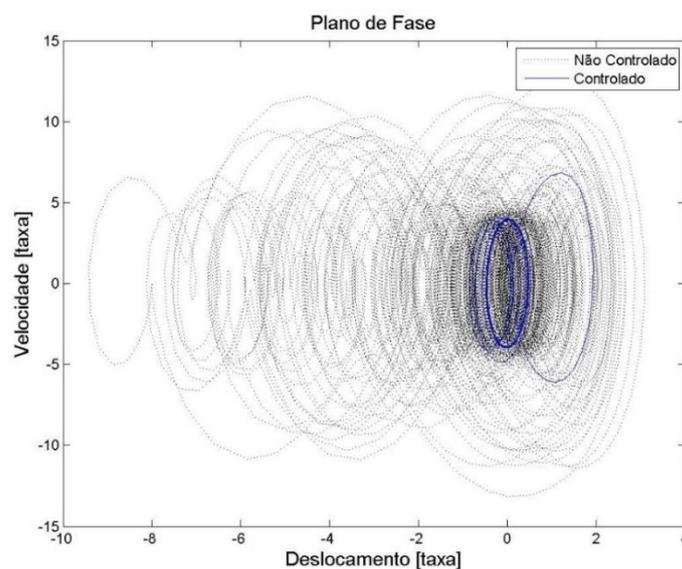


Fonte: Próprio autor

Nota-se, nos dois diagramas (velocidade e deslocamento) que, após a introdução do LQR, a amplitude reduziu-se, e o comportamento demonstrou-se de forma periódica e estável.

Na figura 6, observa-se em azul que, após a aplicação do LQR, as trajetórias passam a se comportar de forma amena e estável, com trajetória centralizada.

Figura 6: Comportamento dinâmico com LQR (Velocidade x Deslocamento).



Fonte: Próprio autor

5. CONCLUSÕES

De modo geral, para ω até aproximadamente 1, não houve supressão de impacto na estrutura, e o sistema apresentou-se de forma periódica e estável. A partir desse valor, quando o sistema se torna vibro-impactante, o comportamento dinâmico torna-se turbulento.

Para a frequência apresentada nessa pesquisa ($\omega = 8,47$), de acordo com a figura 3, observou-se um comportamento de trajetórias desordenadas, caracterizando instabilidade da estrutura e tendência ao caos.

A aplicação do Controle Linear Ótimo (LQR), representado nos diagramas das figuras 4 e 5, se manifestou de forma eficiente, pois, reduziu a amplitude da velocidade e deslocamento, passando o sistema, a se comportar de modo periódico. Além disso, o plano de fases da figura 6, apresentou trajetórias ordenadas e bem definidas, caracterizando um sistema livre de perturbações.

Referências

Boyce, W. E., and DiPrima, R. C. (2010). Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno. Rio de Janeiro: LTC.

Ing, J., Pavlovskaja, E., Wiercigroch, M., and Banerjee, S. (2008). Experimental study of impact oscillator with one-sided elastic constraint. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 366, 1866, 679–705.

Lago, E. D. F., and Gonçalves, A. C. (2006). Manutenção preditiva de um redutor usando análise de vibrações e de partículas de desgaste. 16º POSMEC–Simpósio de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia.

Monteiro, L. H. A. (2002). *Sistemas dinâmicos*. São Paulo: Editora Livraria da Física,.

Rao, S. S. (2009). *Vibrações mecânicas*. São Paulo: Pearson Prentice Hall,.

Villate, J. E (2007). *Introdução aos sistemas dinâmicos: uma abordagem prática com máxima*. ISBN 9729939608. Author's edition., 220 pp.

Porcentagem de contribuição de cada autor no manuscrito

Rodrigo Francisco Borges Lourenço – 20%

Fabio Roberto Chavarette – 20%

Michael Dowglas de Gois Silva – 20%

Darlan Marques da Silva – 20%

Jordania Louse Silva Alves – 20%