

Atividades didáticas em prol do cálculo mental

Teaching activities for mental calculation

Actividades de enseñanza para el cálculo mental

Recebido: 26/06/2020 | Revisado: 27/06/2020 | Aceito: 30/06/2020 | Publicado: 11/07/2020

Sabrina Zancan

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9219-1286>

Universidade Federal de Santa Maria, Brasil

E-mail: sabrina_zancan@yahoo.com.br

Ricardo Andreas Sauerwein

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1431-8699>

Universidade Federal de Santa Maria, Brasil

E-mail: rsauer.ufsm@gmail.com

Resumo

Cálculo mental é aquele, exato ou aproximado, que é efetuado mentalmente, ou com anotações para apoiar o raciocínio, que não depende, exclusivamente, do uso de algoritmos e da contagem. Embora ele permita uma melhor compreensão da matemática e tenha influencia no futuro das crianças, esta ferramenta não vem sendo utilizada com todo o seu potencial. Para que sua utilização aconteça é preciso que os professores estejam conscientes de sua importância no processo de ensino-aprendizagem e saibam como abordá-lo. Esse estudo, caracterizado como uma pesquisa explicativa de caráter qualitativo, tem como objetivo estudar as principais estratégias de cálculo mental descritas na literatura, nos textos de Thompson (1999) e Butterwoth (2005), analisar os conhecimentos prévios necessários para cada uma delas e, por fim, elaborar sugestões de atividades didáticas. As atividades didáticas sugeridas foram baseadas basicamente nos apontamentos de Kamii & Jodeph (2005) e devem ser aplicadas a aprendizes nos anos iniciais, de forma regular, metódica e gradativa, visando o desenvolvimento dos conhecimentos necessários às estratégias de cálculo mental.

Palavras-chave: Atividades didáticas; Cálculo mental; Anos Iniciais; Ensino.

Abstract

Mental calculation is that, exact or approximate, that is done mentally, or with notes to support the reasoning, which does not depend exclusively on the use of algorithms and counting.

Although it allows a better understanding of mathematics and influences the future of children, this tool has not been used to its full potential. For its use to happen, teachers must be aware of its importance in the teaching-learning process and know how to use it. This study, characterized as an explanatory research of qualitative character, aims to study the main strategies of mental calculation described in the literature, in the texts of Thompson (1999) and Butterwoth (2005), to analyze the previous knowledge necessary for each one of them and, finally, develop suggestions for educational activities. The didactic activities suggested were based on the notes of Kamii & Jodeph (2005) and should be applied to students that are in the early years, regularly, methodical and gradual manner, aiming at the development of the necessary knowledge for mental calculation strategies.

Keywords: Teaching activities; Mental calculation; Primary school; Teaching.

Resumen

El cálculo mental es aquel, exacto o aproximado, que se lleva a cabo mentalmente, o con notas para apoyar el razonamiento, que no depende exclusivamente del uso de algoritmos y conteo. Aunque permite una mejor comprensión de las matemáticas e influye en el futuro de los niños, esta herramienta no se ha utilizado en todo su potencial. Para que su uso ocurra, es necesario que los docentes sean conscientes de su importancia en el proceso de enseñanza-aprendizaje y sepan cómo abordarlo. Este estudio, caracterizado como una investigación explicativa de carácter cualitativo, tiene como objetivo estudiar las principales estrategias de cálculo mental descritas en la literatura, en los textos de Thompson (1999) e Butterwoth (2005), analizar los conocimientos previos necesarios para cada uno de ellos y, finalmente, desarrollar sugerencias para actividades didácticas. Las actividades didácticas sugeridas se basaron básicamente en las notas de Kamii & Jodeph (2005) y deben aplicarse a los aprendices en los años iniciales, de manera regular, metódica y gradual, con el objetivo de desarrollar el conocimiento necesario para las estrategias de cálculo mental.

Palabras clave: Actividades didácticas; Cálculo mental; Escuela Primaria; Enseñanza.

1. Introdução

Cálculo Mental é um conjunto de procedimentos que se articulam para obter resultados, sem recorrer a um algoritmo preestabelecido. Estes procedimentos se apoiam nas propriedades do sistema de numeração decimal, nas propriedades das operações e colocam em ação diferentes tipos de escrita numérica e diferentes relações entre os números (Parra, 1996, p. 195).

Ou ainda, cálculo mental é aquele, exato ou aproximado, que é efetuado mentalmente, ou com anotações para apoiar o raciocínio, que não depende, exclusivamente, do uso de algoritmos e da contagem. É aquele que utiliza estratégias, raciocínio lógico numérico, que deriva um resultado de outros memorizados, cujo procedimento é validado pelas propriedades numéricas e operacionais (Zancan & Sauerwein, 2017).

Segundo Taton (1965), o ensino do cálculo mental sem método é quase que inútil. Na sua perspectiva, o cálculo mental complementa o cálculo escrito e deve ser ensinado com métodos e com regularidade, com várias lições, rápidas, não devem durar mais de 10 minutos, para manter a aptidão dos cálculos e evitar o cansaço devido a atenção prolongada que se faz necessária neste caso. Na sua perspectiva, as primeiras aulas de cálculo mental devem ter exercícios concretos que levem a criança a compreender a noção de número concreto e na sequência, devem abordar as noções de número abstrato.

A importância do cálculo mental no processo de ensino-aprendizagem de matemática é reconhecida em documentos oficiais. Os Parâmetros Curriculares Nacionais escrevem que “os procedimentos de cálculo mental, fornecem à criança uma compreensão mais ampla do sistema de numeração decimal, além de uma flexibilidade de pensamento (Brasil, 2000, p. 59)” e preveem seu ensino desde os anos iniciais. Os professores também validam sua importância, mas na prática, ele é pouco utilizado em sala de aula por professores polivalentes, que não tem uma formação específica de matemática e não trazem consigo uma experiência de vida pautada neste tipo de cálculo (Fontes, 2010, p. 174).

Assim, embora o cálculo mental permita uma melhor compreensão da matemática e tenha implicações no futuro das crianças, pois a habilidade em conceitos matemáticos nos anos iniciais são fortes indicadores de sucesso acadêmico em anos posteriores (Duncan, Dowsett, et al., 2007, p. 1443), esta ferramenta não vem sendo utilizada com todo o seu potencial. Para que sua utilização aconteça, é preciso que os professores estejam conscientes de sua importância no processo de ensino-aprendizagem e saibam como abordá-la. Afinal, a prática dos professores de matemática está relacionada com suas crenças, visões e preferências em relação a esta disciplina (Thompson, 1997, p. 40). Um professor que não utiliza o cálculo mental desconhece seus caminhos, suas características e suas facilidades, em consequência disso, não o desenvolve de forma sistemática com seus alunos. Entretanto, tendo ciência das principais estratégias do cálculo mental e dos conhecimentos necessários para o desenvolvimento destas, estes podem propor atividades de forma sistemática e metódica visando o desenvolvimento de estratégias de cálculo mental.

Em geral, a metodologia de ensino utilizada pelos professores enfatiza o fim, a resposta correta, e não o meio, como o aluno a obteve. Focalizar a resposta faz com que os alunos não se preocupem em encontrar caminhos alternativos à contagem, apenas finalizem com uma resposta correta, sem questionar se o meio de obtenção desta foi correto e se há outras possibilidades. Com um pouco de atenção é possível visualizar a disparidade entre alunos de uma turma. Um grupo, normalmente pequeno, daqueles que tem facilidade e outro que pensa a matemática onerosa. Nos primeiros anos, a resposta rápida não tem muito valor, mas com o avanço nos anos escolares, os alunos dependentes da contagem demoram para obter respostas. Os alunos deste grupo se sentem incapazes perante os demais colegas e desenvolvem a ansiedade matemática (Ashcraft & Krause, 2007, p. 247) que os acompanha para toda a vida.

Nosso objetivo neste trabalho é estudar as principais estratégias de cálculo mental descritas na literatura, analisar os conhecimentos prévios necessários para cada uma delas e, por fim, elaborar sugestões de atividades didáticas para serem aplicadas a aprendizes nos anos iniciais, visando o desenvolvimento dos conhecimentos necessários às estratégias de cálculo mental.

2. Metodologia

Esse estudo é caracterizado como uma pesquisa explicativa de caráter qualitativo (Pereira, Shitsuka, Parreira, & Shitsuka, 2018). Em pesquisa bibliográfica encontramos uma descrição detalhada das estratégias de cálculo mental nos textos de Thompson (1999, p.03) e Butterwoth (2005). Baseados na descrição destas estratégias, identificamos os conhecimentos matemáticos necessários para tais e, como resultado, elaboramos atividades didáticas para desenvolver os conhecimentos necessários ao cálculo mental, baseados nos apontamentos de Kamii & Jodeph (2005).

3. Conhecimentos Necessários ao Cálculo Mental

Segundo Thompson (1999, p.03) e Butterwoth (2005), apesar de cada indivíduo desenvolver suas próprias estratégias de cálculo mental, estas podem ser agrupadas em um número finito de estratégias, classificadas em estratégia de cálculo, ou de contagem. Alguns conhecimentos são intrínsecos a cada uma delas, visto que, sem estes conhecimentos, as estratégias se tornam impossíveis. Na sequência, descrevemos as estratégias utilizadas para

realizar contagens, adições e subtrações, que são descritas pelos autores, e acrescentamos os conhecimentos inerentes a elas.

Estratégias baseadas em contagem:

a) Encontrar o cardinal de um conjunto: Nas primeiras contagens, para encontrar o cardinal de um conjunto, o aprendiz precisa conhecer a correspondência um-a-um e o nome dos números em ordem. Se não souber esta ordem e que precisa apontar e contar, o processo de contagem está comprometido.

b) Efetuar adições: Primeiramente, para efetuar adições, o aprendiz precisa compreender o conceito de adição, de juntar. O processo mais rudimentar utilizado pelo aprendiz, com material manipulável ou com os dedos, é contar todos, sempre começando do número 1. Por exemplo, para realizar $5+7$, a contagem acontece com “1, 2, 3, 4, 5”, depois “1, 2, 3, 4, 5, 6, 7”, e depois “1, 2, 3, ..., 12”. Para esta estratégia é necessário saber contar. O processo seguinte é contar do primeiro, ou seja, para $5+7$ o aprendiz verbaliza o “5”, depois “6, 7, 8, 9, 10, 11, 12”. Esta contagem só acontece quando o aprendiz compreende que a sequência numérica é quebrável, que é possível iniciar uma contagem em qualquer número. Contar do maior, calcular $5+7$ iniciando no 7 e contando mais 5 números também é possível. Para utilizar esta estratégia, o aprendiz precisa saber comparar números para escolher o maior e conhecer a comutatividade, mesmo que inconscientemente. Salientamos que estes estágios não são estritamente separados, as crianças podem mudar de estratégia de um problema para outro (Butterworth, 2005, p. 9).

c) Efetuar subtrações: Nas subtrações, contar para trás é muito utilizado. Por exemplo, $9-3$ é calculado contando “8, 7, 6”. Esta estratégia exige as habilidades de contar para trás de um determinado número, contar para trás um determinado número de vezes, manter o controle para que não se confunda nestes dois passos, e ainda, associar a resposta ao último número dito na contagem. Contar do menor número até o maior para calcular subtrações é uma estratégia simples de contagem.

Alguns professores podem manter o ensino da aritmética somente com estratégias de contagem, pois estas resultam em respostas corretas, a maioria das vezes. Mas, a contagem é efêmera e, após encontrar a resposta por contagem, pouco é construído na memória do aprendiz. Aquelas crianças que conseguem substituir a contagem melhoram sua capacidade cognitiva,

pois constroem competências numéricas que vão além das utilizadas com o processo de contagem.

Estratégias não baseadas em contagem:

a) Recuperação de fatos da memória: Ao recuperar automaticamente da memória o dobro dos números e utilizar alguma propriedade das operações, o aprendiz efetua cálculos sem necessitar contagem. Por exemplo, $5+5=10$, $6+6=12$, ou ainda, $14-7=7$, pois $7+7=14$. Dobros próximos também auxiliaram, como $6+7=13$, pois $6+6=12$. No entanto, a utilização deste tipo de estratégia exige, primeiramente, a memorização dos dobros, sem estes fatos memorizados compreensão da sequência numérica, antecessor e sucessor e das particularidades de cada uma das operações, ao adicionar ou retirar unidades, estratégias como as exemplificadas tornam-se impossíveis.

b) Decomposição de números: Alguns cálculos são realizados decompondo os números com uma das parcelas sendo o 5. Por exemplo, $6+8=5+5+1+3$. Para utilizar esta estratégia, é necessário ter a habilidade de decompor os números em adições onde o cinco é uma parcela, conhecer a propriedade comutativa e associativa e recuperar resultados da memória.

c) Compensação entre parcelas: A estratégia da compensação, que consiste em retirar alguma quantidade de uma parcela e colocar em outra, por exemplo, $9+5=10+4$, é utilizada, principalmente, quando envolve o algarismo 9. Esta exige a compreensão do conceito de equivalência entre expressões, decomposição do número e recuperação automática de alguns resultados estratégicos, como $10+4$, por exemplo.

d) Ponte pelo 10: Esta é a estratégia consiste em completar o dez e depois adiciona o restante, ou quando retira até o dez e depois retira o restante. Por exemplo, $8+5=8+2+3$ e $14-6=14-4-2$. Para a utilização desta estratégia é necessário decompor os números em parcelas, ter memorizado os resultados das adições que tem soma 10: $5+5$, $6+4$, $7+3$, $8+2$ e $9+1$. Ainda, recuperar rapidamente adições e subtrações do tipo $10+4=14$, $10+5=15$, ou ainda, $15-5=10$, $17-7=10$.

Percebemos que as estratégias que não envolvem contagem exigem conhecimentos específicos, como resultados estratégicos memorizados. Sem eles, elas se tornam impossíveis. Butterworth (2005, p. 9) aponta que as crianças que usam apenas estratégias de contagem não

utilizam recuperação de fatos da memória, enquanto aquelas que usam estratégias de cálculo mental, sem contagem, possuem alguns resultados memorizados e fatos numéricos organizados. Portanto, fica explícita a necessidade de memorização de alguns resultados estratégicos para que o cálculo mental possa ser desenvolvido.

Considerando que o aprendiz possua os conhecimentos necessários para a utilização de estratégias de cálculo mental, este estará livre para escolher entre os vários métodos igualmente lógicos, permitindo que adote os métodos que lhe parecem mais adequados às suas possibilidades e hábitos de sua mente (Taton, 1965). Mas, aquele que não possuir estes conhecimentos, dificilmente será capaz de desenvolver estratégias de cálculo mental. Desta forma, notamos a necessidade de construir estes conhecimentos sistematicamente, metodicamente, afim de possibilitar que os aprendizes utilizem o cálculo mental.

4. Sugestões de Atividades Didáticas

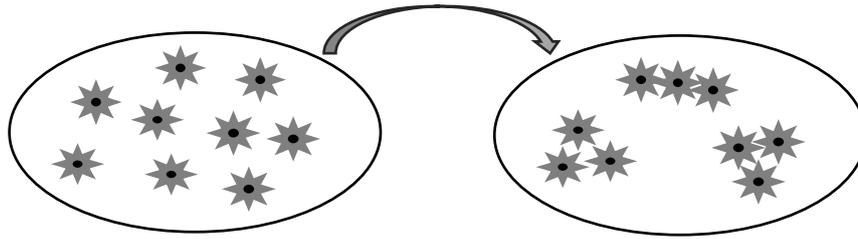
Neste capítulo apresentamos algumas sugestões de atividades didáticas que englobam contagem, operações e propriedades numéricas da adição. O objetivo destas atividades é auxiliar os aprendizes na apropriação de conhecimentos necessários para o desenvolvimento do cálculo mental e são indicadas para os anos iniciais, no período de alfabetização numérica.

1) Organizar os elementos dentro dos conjuntos

Na aprendizagem da contagem, as atividades normalmente são constituídas por conjuntos com desenhos dispostos aleatoriamente. O aprendiz conta apontando, ou riscando cada item, e escreve o símbolo do número ao lado. Este modelo de atividade trabalha o contar, a correspondência um-a-um e a cardinalidade. Como podemos identificar com o olhar até 5 itens (Kamii & Jodeph, 2005), conjuntos com cardinal maior que 5, quando dispostos aleatoriamente, exigem que o aprendiz continue apontando os objetos e não crie estratégias de contagem.

Para que algumas estratégias de contagem sejam construídas pelos aprendizes, podemos arranjar estes objetos de alguma forma, alinhados aos pares, trios, quartetos, agrupados em conjuntos menores (Figura 1). Assim, é possível contar com o olhar, desenvolvendo habilidades que as figuras dispostas aleatoriamente não desenvolvem.

Figura 1: Organizar os elementos para contagem dentro dos conjuntos.



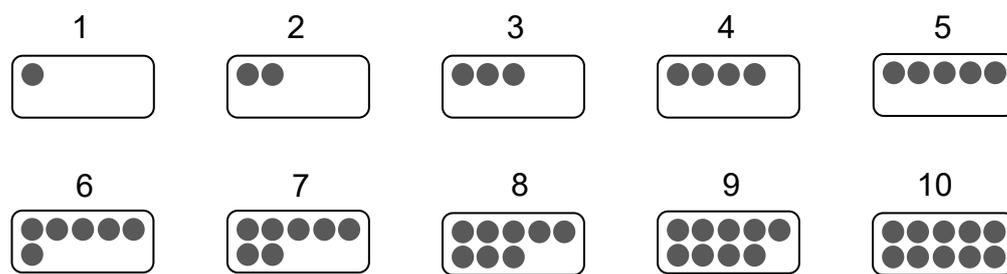
Fonte: Próprio autor.

Esta sugestão de reagrupamento mostrado na Figura 1 não exclui a possibilidade de alguns aprendizes contarem todos, como se estivessem dispostos aleatoriamente. Entretanto, estes arranjos permitem ao aprendiz a construção de atalhos para dimensionar o conjunto, a criar estratégias de contagem. Ou seja, quando dispostos aleatoriamente, todos deverão contar todos, neste modelo, possibilitamos a evolução do raciocínio para alguns e permitimos a contagem para outros, quando necessária.

2) Padronizar desenhos e sua distribuição nos conjuntos.

Quando o aprendiz se apropria do conhecimento de que o cardinal de um conjunto independe do tipo de elemento do conjunto, podemos oferecer contagens de forma organizada e padronizada e construir mais conhecimento com ela. Uma alternativa está na padronização dos desenhos e da forma dos conjuntos. Na Figura 2 mostramos um exemplo com bolinhas dentro de retângulos com capacidade para dez, dispostas em duas linhas com cinco em cada (em associação aos cinco dedos de cada mão e ao sistema de base 10) e as quantidades representadas da esquerda para a direita, preenchendo a primeira linha e depois a segunda.

Figura 2: Padronizar a apresentação dos números.



Fonte: Próprio autor.

Quando o retângulo possui até 5 bolinhas na primeira linha, alinhadas a esquerda, o aprendiz não precisará contar para identificar a quantidade, pois consegue percebê-la com o olhar. As quantidades de 6 a 10, como utilizam a primeira linha completa e mais a segunda linha, induzem o aprendiz a também não contar. Pois, depois de algumas contagens organizadas desta forma as crianças passam a reconhecer o número de bolinhas simplesmente observando o conjunto. Também podem passar a associar a disposição das bolinhas com os dedos das mãos e, por exemplo, não contando mais sete dedos, apenas levantando uma mão cheia e dois dedos da outra para representar o sete.

Com esta organização e padronização, se constrói o princípio de uma rede de relações numéricas (Kamii & Jodeph, 2005, p. 63) para os números de 1 a 10. Os alunos passam a entender, por exemplo, o sete, como cinco bolinhas (unidades) mais duas bolinhas, uma bolinha a mais que o seis, uma a menos que o oito e três bolinhas a menos que o 10. Este conhecimento é essencial para o desenvolvimento do cálculo mental.

3) Transformar em memória automática sucessores e antecessores.

O aprendiz precisa conhecer a reta numérica, o nome, traçado e a ordem dos números, ao invés de demandar muito esforço cognitivo para efetuar operações relativamente simples ao ter que recitar toda a sequência numérica para encontrar antecessor e sucessor. Escrever ou falar a sequência, iniciando no número 1 é tarefa simples. O que exige um esforço maior é pensar em um número, por exemplo, 7, e recuperar rapidamente o antecessor, 6, e o sucessor, 8, sem contar desde o 1.

Padronizar atividades de escrita de antecessor e sucessor para números de 1 a 10 e ofertá-las com frequência para os aprendizes transforma em memória automática estes

resultados. Depois, parear antecessores e sucessores de números de 1 a 10 com números de 11 a 20 facilita o entendimento da lógica dos números. Por exemplo, solicitar que o aluno escreva o antecessor e o sucessor de 5, seguido do antecessor e sucessor de 15 como mostrado na Figura 3.

Figura 3: Padronizar a apresentação dos números.

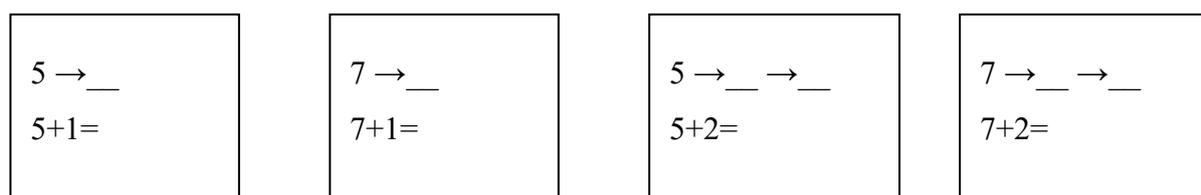


Fonte: Próprio autor.

4) Associar sucessor e antecessor com adição e subtração de 1 unidade.

Iniciar a operação de adição com todos os números misturados leva a compreensão da operação, mas não facilita o entendimento do padrão numérico e o desenvolvimento dos conhecimentos necessários ao cálculo mental. Vislumbrando o cálculo mental, se estas estiverem estruturadas e organizadas de forma que o padrão numérico fique explícito, teremos uma chance maior de recuperação de resultados da memória. Esta afirmação pode causar estranhamento, mas, primeiramente, os alunos têm habilidade em recuperar instantaneamente o sucessor de um número, mas não tem resposta pronta para adições de um número com 1 unidade. Assim, atividades como as exemplificadas na Figura 4 podem auxiliar o aprendiz a associar estas duas informações.

Figura 4: Padronizar a apresentação dos números



Fonte: Próprio autor.

Associar sucessor com adição de 1 unidade de forma organizada e repetida melhora o conhecimento da sequência numérica e transforma este resultado em memória automática, pois foi associada ao sucessor que já está automatizado. Consolidada e automatizada a etapa da adição de 1 unidade é possível passar para a adição de 2 unidades, como o sucessor do sucessor, e gradativamente para as adições de 3, 4 e 5 unidades.

5) Construir a adição com números menores que 10.

Utilizar problemas envolvendo grandes quantidades, por exemplo, $15+6$, quando o objetivo é a construção do conceito das operações através de material manipulável, demanda um esforço demasiado. Os aprendizes não têm agilidade, por exemplo, para contar 15 palitos. Eles se atrapalham, recontam e, neste tempo, a adição perde o foco. Para um aprendiz, um grupo com 5 palitos são distinguidos de outro grupo com 4 palitos apenas com o olhar, enquanto 15, 14, 16 palitos são apenas um monte de palitos.

Na construção das operações, por meio de problemas e com a utilização de material manipulável, uma atitude favorável é a utilização de pequenas quantidades, menores que 10, para que os conhecimentos já construídos sobre os números e a intuição operem a favor.

6) Construir uma rede de relações numéricas para o 10.

A ponte pelo 10 é uma estratégia muito utilizada no cálculo mental, tanto para adições quanto para subtrações, mas essa não parece ser trabalhada sistematicamente nas salas de aula. Podemos construir uma rede de relações numéricas (*Kamii & Jodeph, 2005, p. 63*) para o número 10 oferecendo atividades com adições que resultam em 10 unidades, por exemplo, $8+2$, $7+3$, $6+4$, adições da forma $10+2$, $10+6$, $10+8$ e subtrações da forma $15-5$, $14-4$, $18-8$, sempre agrupadas e repetidas, para que o padrão numérico será percebido, compreendido e memorizado pelas crianças. Mostramos um exemplo na Figura 5.

Figura 5: Criar uma rede de relações numéricas para o 10.

$9+1=$	$12-2=$	$_+3=10$	$10=6+_$
$8+2=$	$13-3=$	$_+4=10$	$10=4+_$
$7+3=$	$15-5=$	$_+5=10$	$10=15+_$

Fonte: Próprio autor.

7) Construir padrões numéricos.

O passo seguinte ao domínio das estratégias de adição para números de um dígito é estender para as adições de números entre 10 e 30 com números de um dígito. Tarefas que apresentam $5+3$, seguido por $15+3$, $25+3$, constroem o padrão numérico sem ajuda do professor. A princípio, o aprendiz sabe a resposta da primeira, mas não sabe a resposta das demais. Na Figura 6 trazemos uma sugestão.

Figura 6: Construir padrões numéricos.

$2+3=$	$9+1=$	$8-1=$	$10-3=$
$12+3=$	$19+1=$	$18-1=$	$20-3=$
$22+3=$	$29+1=$	$28-1=$	$30-3=$

Fonte: Próprio autor.

Com a oferta de tarefas padronizadas, agrupadas e organizadas desta forma, ela percebe o padrão que existe nos números e estende para os demais, respondendo rapidamente $55+3$, por exemplo, sem contagem ou explicações.

8) Construir propriedades numéricas.

Nas adições de números de um dígito, as crianças, primeiramente, contam a partir do primeiro e, depois, a partir do maior. Para isso, precisam compreender a propriedade comutativa. Ofertar atividades que apresentam em sequência, somas com parcelas comutadas, como $5+3$ seguida por $3+5$, faz com que os alunos calculem ambas as adições e, quando perceberem a propriedade comutativa, realizam apenas um dos cálculos. Ao leitor pode parecer um resultado óbvio, mas as crianças precisam desta construção, que pode ser facilitada pelo professor e não ensinada.

9) Memorizar o dobro dos números.

Recuperar automaticamente a memória dos dobros permite as crianças encontrarem resultados de adições próximas, utilizando propriedades numéricas. Podemos inicialmente propor atividades de adição que contenham apenas adições de parcelas iguais para números de 1 a 10, ou seja, $5+5$, $7+7$, $3+3$. Posteriormente, parear adições com resultados que podem ser derivados destes, $5+5$, seguido de $5+6$, ou $8+8$, seguido de $9+8$. Com a memória dos dobros, antecessor e sucessor, as crianças rapidamente obtêm a resposta sem necessitar de contagem.

10) Compreender as diferentes abordagens da subtração.

O aprendiz que tem fluência na adição tem melhores condições de compreender a subtração. Lembrando que, como a subtração está associada a três conceitos: tirar, completar e inverso da adição. Estas três abordagens precisam ser trabalhadas. Se construídas separadamente, mais fácil para o aprendiz se apropriar de cada uma delas. Para construir a ideia de subtração como tirar podem ser propostas atividades como $5-3$, $15-3$, $8-2$, $18-2$. Completar e aponte pelo 10 podem ser construídas com adições como $7+__=12$, $8+__=14$ e $9+__=13$. Ainda, a subtração como inverso da adição pode ser conseguida com tarefas como $7+__=12$, seguidas de $12-7$ e $12-5$ (Figura 7). Quando oferecidas em blocos permitem que o aprendiz perceba a diferença entre cada uma delas e, com a ajuda do professor, aplicam estes conceitos na resolução de problemas.

Figura 7: Compreender as diferentes abordagens da subtração.

$9-1=$	$7-__=5$	$__-3=2$	$5+3=$
$9-2=$	$8-__=5$	$__-3=5$	$8-3=$
$9-3=$	$9-__=5$	$__-3=6$	$8-5=$

Fonte: Próprio autor.

O nível de eficiência da estratégia de cálculo mental aumenta de acordo com o domínio de fatos numéricos básicos, que precisam ser associados com relações numéricas mais complexas por meio de atividades frequentes (Santos & Santos-Wagner, 2014, p. 221). Para manter uma informação na memória são necessários tempo e prática, não sendo de muita valia

repetir a mesma informação somente num único dia (Carpenter, Cepeda, Rohrer, Kang, & Pashler, 2012). De acordo com Taton (1965), as atividades sugeridas devem ser repetidas sistematicamente, com frequência, estendida em pequenas seções ao longo de vários dias ou meses.

Sugerimos que estas atividades sejam incorporadas às práticas docentes de forma continuada, com nível de dificuldade gradativo e de forma periódica, permitindo que os conhecimentos necessários às estratégias de cálculo mental se construam de forma lenta e significativa.

5. Considerações Finais

Reiteramos que cada indivíduo constrói suas próprias estratégias de cálculo mental. Cada uma destas estratégias utiliza diferentes conhecimentos essenciais, donde sem eles, essas tornam-se impossíveis. Assim, um aprendiz que construiu os conhecimentos necessários ao cálculo mental pode, ou não, utilizar este tipo de cálculo. Entretanto, o aluno que não possui tais conhecimentos, não será capaz de utilizar o cálculo mental, nem ao menos entendê-lo.

Estas sugestões podem auxiliar o professor a construir, organizar, agrupar e padronizar atividades didáticas para seus aprendizes. Assim, o professor trabalha um conceito específico, repetidamente, enquanto as crianças constroem o padrão numérico presente nos números de forma gradativa, fazendo relações de nível mais alto derivarem das de nível mais baixo, facilitando a aprendizagem. Acreditamos que este estímulo possa levar mais alunos a utilizarem o cálculo mental.

Estas sugestões são aplicáveis à aprendizes do primeiro, segundo e terceiro ano do ensino fundamental, respeitando as limitações cognitivas de cada grupo, e não substituem as demais atividades realizadas na escola, como ensino de algoritmos. Apenas soma-se às demais visando um melhor entendimento da matemática. Como continuidade para este estudo sugerimos estudar as estratégias de cálculo mental envolvendo as operações de multiplicação e divisão, identificais os conhecimentos inerentes a elas e criar atividades didáticas específicas.

Referências

- Ashcraft, M. H., & Krause, J. A. (2007). Working memory, math performance, and math anxiety. *Psychonomic bulletin & review*, 14(2), 243-248.
- Brasil, M. E. C. (1997). Parâmetros curriculares nacionais: ciências naturais. *Secretaria da Educação Fundamental*.
- Butterworth, B. (2005). The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 46(1), 3-18.
- Carpenter, S. K., Cepeda, N. J., Rohrer, D., Kang, S. H., & Pashler, H. (2012). Usando o espaçamento para aprimorar diversas formas de aprendizado: Revisão de pesquisas recentes e implicações para a instrução. *Educational Psychology Review*, 24 (3), 369-378.
- Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P., & Sexton, H. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental psychology*, 43(6), 1428.
- Fontes, C. G. D. (2010). *O valor e o papel do cálculo mental nas séries iniciais*. Dissertação de mestrado, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil.
- Kamii, C., & Joseph, L.L. (2005). *Crianças pequenas continuam reinventando a aritmética*. Porto Alegre: Artmed Editora.
- Parra, C. (1996). Cálculo mental na escola primária. *Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas*. Porto Alegre, RS: Artes Médicas, 186-235.
- Pereira, A. S., Shitsuka, D. M., Parreira, F. J., & Shitsuka, R. (2018). *Metodologia da pesquisa científica.[e-book]*. Santa Maria. Ed. UAB/NTE/UFSM. Disponível em: https://repositorio.ufsm.br/bitstream/handle/1/15824/Lic_Computacao_Metodologia-Pesquisa-Cientifica.pdf.

Santos, D. M., & dos Santos-Wagner, V. M. P. (2014). Cálculo Mental: diagnóstico de estratégias espontâneas de alunos do 6º ano. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 9(1), 210-223.

Taton, R. (1965). *Le calcul mental*. Paris: Presses Universitaires de France.

Thompson, A. G. (1997). A relação entre concepções de matemática e de ensino de matemática de professores na prática pedagógica (Primeira Parte: 11-28). *Zetetiké*, 5(2), 11-44.

Thompson, I. (1999). Estratégias de cálculo mental para adição e subtração. Parte 1. *Matemática na escola*, 28 (5), 2-4.

Zancan, S., & Sauerwein, R. A. (2017). Método Líquen - Aritmética para os anos iniciais. *Vivências*, 13(24), 310-321.

Porcentagem de contribuição de cada autor no manuscrito

Sabrina Zancan – 90%

Ricardo Andreas Sauerwein – 10%